अध्याय – 11

सीधा और प्रतिलोम समानुपात

(DIRECT AND INVERSE PROPORTION)

11.1 भूमिका

आओ हम दो अलग–अलग स्थितियों पर चर्चा करें।

पहली स्थिति

राहुल की मम्मी 2 कप चाय बनाने के लिए 200 मिली. दूध, 300 मिली. पानी, चीनी व चाय की पत्ती काम में लेती है। अब यदि उन्हें चार कप चाय बनानी हो तो वे कितना दूध व पानी काम में लेंगी?

इसी प्रकार आपने सुना होगा, जैसे–जैसे जनसंख्या में वृद्धि हो रही है हमारे प्राकृतिक संसाधनों जैसे वन, जल, खाद्य पदार्थों के वितरण पर दबाव बढ़ता जा रहा है।

जैसे जनसंख्या बढ़ने पर खाद्य पदार्थों की ज्यादा पैदावर करनी होगी।

ऊपर दी गई स्थितियों पर विचार करें तो हम पाते हैं कि दो राशियाँ किस प्रकार एक दूसरे पर निर्भर हैं। किसी एक का मान बदलने पर दूसरे का मान भी बदल जाता है।

आप भी इसी तरह के और उदाहरण अपने आस–पास से दीजिए।

अब जरा इन उदाहरणों पर विचार कीजिए–

दूसरी स्थिति

एक मजदूर एक हौज को पाँच दिन में बनाता है तो दो मजदूर उसी हौज को कितने दिन में बनायेंगे?

एक गाड़ी 40 किमी./घंटा की चाल से 60 किमी. चलती है। यदि गाड़ी की चाल 60 किमी./घंटा होती तो उसे उतनी ही दूरी तय करने में कितना वक्त लगता?

आप यदि ऊपर दी गई दोनों स्थितियों को देखेंगे तो पायेंगे; एक राशि के परिवर्तन से दूसरी राशि में परिवर्तन हो रहा है।

क्या आप पहली स्थिति व दूसरी स्थिति में कोई अंतर बता सकते हैं?

सीधा समानुपात (Direct Proportion)

आइए, पहली स्थिति को थोड़ा समझने का प्रयास करें। यदि 1 किग्रा. चीनी का मूल्य 27 रु. है तो 3 किग्रा. चीनी का मूल्य क्या होगा? 81 रु.

इसी प्रकार यदि आपको 5 किग्रा. चीनी व 10 किग्रा. चीनी का मूल्य पूछा जाये तो आप इसे ज्ञात कर सकते हैं।

अब जरा इस स्थिति को समझने का प्रयास करें।

रमेश की मोटर साइकिल 1 लीटर पेट्रोल में 60 किलोमीटर चलती है;

© BSTBPC
WEB COPY ,NOT TO BE PUBLISHED

पेट्रोल (लीटर)	1	3	4	6	7	9	10	---	12
तय की गई दूरी (km.)	60	180	---	360				660	720

× 3, × 4, × 6, × 11

ऊपर दिए गये उदाहरण में आपने देखा कि जैसे जैसे पेट्रोल की मात्रा बढ़ती है, तय की गई दूरी भी बढ़ती जाती है।

साथ ही यदि आप राशियों को अनुपात के रूप में देखेंगे – तो आप पायेंगे कि यहाँ दो राशियाँ हैं एक पेट्रोल (लीटर) में व दूसरा दूरी (किलोमीटर)

अब यदि पेट्रोल x_1 व x_2 लिया जाये तो आप इसे अनुपात के रूप में इस प्रकार लिखेंगे।

$x_1 : x_2$ या $\frac{x_1}{x_2}$

आप ऊपर की सारणी से अलग–अलग पेट्रोल की मात्रा लेकर उनका अनुपात निकालें, जैसे–

पैट्रोल $x_1 = 1$ लीटर

पेट्रोल $x_2 = 4$ लीटर

तब $x_1 : x_2 = 1 : 4$

इसी प्रकार यदि x_1 व x_2 के सापेक्ष तय की गई दूरी को y_1 व y_2 से दर्शायें तो उनका अनुपात होगा $y_1 : y_2$

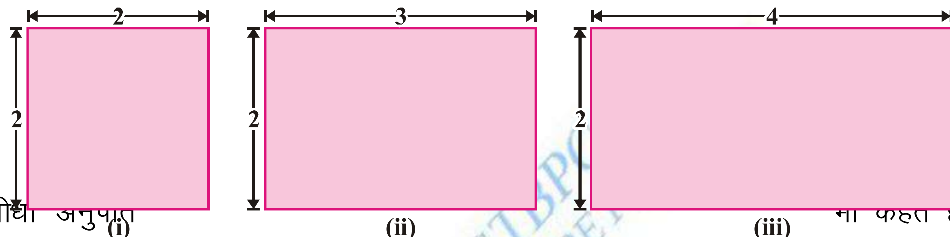
$x_1 = 1$ लीटर में तय की दूरी $y_1 = 60$

$x_2 = 4$ लीटर में तय की दूरी $y_2 = 240$

तब $y_1 : y_2 = 60 : 240$

या $\frac{60}{240} = \frac{1}{4}$

आप पायेंगे कि $x_1 : x_2 :: y_1 : y_2$ एक जैसे अनुपात में होंगे। इसे हम समानुपात अथवा सीधा अनुपात भी कहते हैं।



यहाँ x_1 व y_2 बाह्य पद व x_2 व y_1 आंतरिक पद कहलाते हैं।

आप ऊपर दी गई सारणी से x_1 व x_2 के अलग-अलग मान लेकर उनके संगत y_1 व y_2 के मान लें व उनके अनुपातों की तुलना करें।

$\frac{x_1}{x_2}$ संगत

$\frac{y_1}{y_2}$

यहाँ आपने देखा $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$ $\left(\frac{x_1}{x_2} \times \frac{y_1}{y_2}\right.$ वज्र गुणन करने पर)

© BSTBPC WEB COPY NOT TO BE

$\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$; $x_1y_2 = x_2y_1$ ($\therefore$ आंतरिक पदों का गुणनफल = बाह्य पदों का गुणनफल))

x व y के अलग–अलग मानों को इनमें रखकर देखें–

अतः आप पायेंगे कि इनमें राशियों का बढ़ना अथवा घटना एक निश्चित अनुपात में ही हो रहा है।

यदि यह एक समान अनुपात में न हो तो वे राशियाँ समानुपातिक नहीं होंगी।

नीचे दी गई स्थितियों में बताइये कौन–सी राशियाँ समानुपातिक हैं?

उदाहरण–1. यदि आयत की चौड़ाई को हर बार 2 सेमी. मान लिया जाये व लम्बाई क्रमशः 2, 3, 4..... ली जाये तब–

आयत की चर भुजा (S)	(S_1) 2	(S_2) 3	(S_3)	(S_4) 5	(S_5)	(S_6) 7
क्षेत्रफल सेमी.^{2} A = (2×S)	(A_1) 4	(A_2) 6	(A_3) 8	(A_4)	(A_5) 12	(A_6) ....
अनुपात A/S	$\frac{4}{2} = 2$	....	....	....	....	....

आप S और A के बारे में क्या पाते हैं? क्या इनमें एक समान अनुपात में वृद्धि हो रही है? क्या $\frac{A}{S}$ हर बार समान ही रहता है?

उपर्युक्त सारणी में, आप यह भी देख सकते हैं कि–

$S_1 : S_2 = A_1 : A_2$ क्योंकि

$S_1 : S_2 = 1 : 2$

$A_1 : A_2 = \cancel{2} : \cancel{4} = 1 : 2$

जाँच कीजिए कि क्या $S_2 : S_3 = A_2 : A_3$ तथा $S_3 : S_4 = A_3 : A_4$

क्या हर बार सरल अनुपात समान प्राप्त हुए

अब जरा इस संबंध को देखिए।

उदाहरण–2. आप अपने लिए नीचे दी गई सारणी को भरिए।

	पाँच साल पहले	वर्तमान आयु	पाँच साल बाद की आयु
आप की आयु (S)	20		
माँ की आयु (M)	40		
M / S	40/20		

आप क्या देखते हैं? क्या S व M में साथ–साथ (वृद्धि) या कमी होती है? क्या $\frac{S}{M}$ प्रत्येक बार वही है? नहीं। आप इस क्रियाकलाप को अपने अन्य मित्रों के साथ दोहरा सकते हैं तथा अपने द्वारा एकत्रित किए गए आँकड़ों को लिख सकते हैं।

इस प्रकार आपने देखा कि यह आवश्यक नहीं कि साथ–साथ बढ़ने वाले चर सदैव समानुपाती ही हों। उदाहरणार्थ –

– किसी पौधे की प्रारम्भिक वृद्धि जिस दर से होती है, यह आवश्यक नहीं कि बाद में भी वह उसी अनुपात में हो।

– व्यक्तियों के भार और लम्बाई में परिवर्तन किसी ज्ञात अनुपात में नहीं होते हैं।

स्वयं करके देखिए

1. निम्नलिखित सारणियों को देखिए तथा ज्ञात कीजिए कि क्या x और y समानुपाती हैं?

© BSTBPC WEB COPY ,NOT TO BE PUBLISHED

(i)	x	18	16	14	12	10	8	6
	y	32	30	28	26	24	22	20
(ii)	x	15	12	9	6	3		
	y	20	16	12	8	4		
(iii)	x	1	4	6	13	15	a	
	y	4	16	24	52	60	$4a$	

2. वास्तविक मूल्य 1000 रु. पर एक व्यापारी अलग–अलग दरों पर लाभ लेकर उस वस्तु को बेचे तो दर व लाभ के बीच अनुपात ज्ञात कीजिए।

$S_3 = \frac{6 \times 2}{4} = 3$

दर (R)	5%	10%	15%	20%	25%
लाभ (P)					

क्या यह समानुपाती है।

आइए, अब कुछ उदाहरण हल करें, जहाँ हम सीधे अनुपात की अवधारणा का प्रयोग करेंगे।

उदाहरण–1. यदि एक परिवार का 1 सदस्य औसतन $\frac{1}{2}$ किग्रा. चीनी का उपयोग करता है तब यदि परिवार में क्रमशः 4 व 6 सदस्य हों तो चीनी की मात्रा क्या होगी? सारणी बनाकर हल कीजिए।

हल : मान लीजिए कि सदस्यों की संख्या को (M) से व उपयोग की जाने वाली चीनी की मात्रा को (S) से दर्शाते हैं तब सारणी कुछ इस प्रकार बनेगी–

M	1	4	6
S	½	S_2	S_3

जैसे–जैसे सदस्यों की संख्या में वृद्धि होती है उनके द्वारा उपयोग की जाने वाली चीनी की मात्रा में भी उसी अनुपात में वृद्धि होगी। अतः यह समानुपात की स्थिति है।

अतः हम $\frac{S_1}{S_2} = \frac{M_1}{M_2}$ जो कि $\frac{S_1}{M_1} = \frac{S_2}{M_2}$ के रूप में भी लिखा जाता है का उपयोग कर सकते हैं।

सीधे समानुपात के प्रश्नों में

$x_1 : x_2 :: y_1 : y_2$

$10 : 120 :: 18 : y_2$

बाह्य पदों का गुणनफल = आंतरिक पदों का गुणनफल

$10 \times y_2 = 120 \times 18$

$y_2 = \frac{120 \times 18}{10} = 216$

(i) यहाँ $S_1 = \frac{1}{2}, M_1 = 1$ है और $M_2 = 4, S_2 = ?$

अतः $= \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{S_2}{4}$

$= \frac{1}{2} = \frac{S_2}{4}$

$S_2 = \frac{1 \times 4}{2};$

$\frac{5}{7.5} = \frac{\cancel{50}^{2}}{\cancel{75}_{3}}$

$S_2 = \frac{\cancel{4}}{\cancel{2}} = 2$

kg.

(ii) $M_3 =$ 6 है तो $S_3 =$?

$\frac{S_1}{M_1} = \frac{S_3}{M_3}$

आप $\frac{S_1}{M_1}$ की जगह $\frac{S_2}{M_2}$ को भी काम में ले सकते हैं।

$\frac{2}{3} \times \cancel{30}^{10}$

$\frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{S_3}{6}$

$\frac{S_2}{M_2} = \frac{S_3}{M_3}$

© BSTBPC
WEB COPY ,NOT TO BE PUBLISHED

$S_3 = 6 \times \frac{1}{2}$ $\qquad\qquad$ $\frac{2}{4} = \frac{S_3}{6}$

$S_3 = 3$

उदाहरण–2. 10 मीटर के पेड़ की छाया सुबह के समय 18 मीटर है तब इसी समय पर 120 मीटर ऊँचे टॉवर की छाया कितनी होगी।

हल : मान लीजिए ऊँचाई को x मीटर व उनकी छाया को y मीटर मान लेते हैं तब

वास्तविक ऊँचाई (x)	10	120
छाया मीटर (y)	18	y_2

यह तो स्पष्ट है कि वस्तु जितनी बड़ी होगी उसकी छाया भी समयानुसार बड़ी ही होगी।

अतः वस्तु की वास्तविक ऊँचाई व छाया के बीच संबंध सीधा आनुपातिक ही होगा।

अतः $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$ से						
$\frac{10}{18} = \frac{120}{y_2}$						

$10 \times y_2 = 18 \times 120$

$y_2 = \frac{18 \times 120}{10} = 216$

उदाहरण–3. निम्न तालिका में a तथा b का मान ज्ञात कीजिए। यदि $\frac{x}{y} =$ एक स्थिरांक है।

x	5	a	4
y	7.5	30	b

हल : दिया गया है कि a व b अनुक्रमानुपाती राशियाँ हैं।

अतः $\frac{x}{y} = k$ एक स्थिरांक होगा

x, y के मान रखने पर

$$\left(\frac{x_1}{y_1} = k\right)$$

अ त : $k = \frac{2}{3}$

त ब $\frac{2}{3} = \frac{a}{30}$

या

$$\frac{2}{3} = \frac{a}{30}$$

$= a$

$a = 20$

© BSTBPC
WEB COPY ,NOT TO BE PUBLISHED

इ सी प्रकार $k = \frac{2}{3}$

को $\frac{4}{b}$ के बराबर रखने पर

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{b}$$

$$b = \cancel{4} \times \frac{3}{\cancel{2}} = 6$$

उदाहरण–4. यदि 8 सिक्कों का भार 720 ग्राम हो, तो ऐकिक विधि द्वारा निम्न का ज्ञात कीजिए :

उदाहरणार्थ– यदि मानचित्र पर 1 सेमी. वास्तविक दूरी 10 किमी. को निरूपित करता है (अर्थात् 1 सेमी. 10 किमी. या किमी. को सेमी. में बदलने पर 1 सेमी. : 100000 सेमी.) तो उसी मानचित्र पर 2 सेमी. वास्तविक दूरी 20 किमी. निरूपित करेगा।

(i) 5 सिक्कों (ii) 12 सिक्कों

(iii) 20 सिक्कों (iv) 100 सिक्कों

हल : 8 सिक्कों का भार = 720 ग्राम

तब 1 सिक्के का भार = $\frac{720}{8}$ या 90 ग्राम

अब जब 1 सिक्के का भार 90 ग्राम

तो 5 सिक्कों का भार होगा $= 90$ ग्राम $\times 5 = 450$ ग्राम

व 12 सिक्कों का भार $= 90$ ग्राम $\times 12 = 1080$ ग्राम

20 सिक्कों का भार $= 90$ ग्राम $\times 20 = 1800$ ग्राम

100 सिक्कों का भार $= 90$ ग्राम $\times 100 = 9000$ ग्राम

सिक्कों की संख्या तथा भारों की तालिका बनाने पर :

सिक्कों की संख्या (x)	8	1	5	12	20	100
भार (ग्राम में) (y)	720	90	450	1080	1800	9000
अनुपात	1 : 90	1 : 90	1 : 90	1 : 90	1 : 90	1 : 90

अतः आपने देखा कि जब राशियों में संबंध सीधा समानुपातिक होता है तो वहाँ हम ऐकिक नियम (दर) का उपयोग भी कर सकते हैं।

उदाहरण–5. एक बस 45 किमी./घंटा की एक समान चाल से चल रही है।

(i) वह 30 मिनट में कितनी दूरी तय करेगी?

(ii) 135 किमी. की दूरी तय करने में बस को कितना समय लगेगा?

हल : चूँकि बस की चाल को हमने एक समान माना है। अतः तय की गई दूरी व समय में संबंध समानुपातिक होगा–

मान लीजिए कि 30 मिनट में तय की गई दूरी (किमी. में) x है तथा 135 किमी. की दूरी तय करने में लगा समय (मिनटों में) y है।

1 घंटा = 60 मिनट

तय की गई दूरी (किमी.)	45	x	135
लिया गया समय (मिनट)	60	30	y

हमें प्राप्त है :

$$\frac{45}{60} = \frac{x}{30} \quad \text{या} \quad x = \frac{45 \times \cancel{30}}{\cancel{60}_{2}} = 22\frac{1}{2}$$

अतः 30 मिनट में तय की गई दूरी = $22\frac{1}{2}$ किमी.

(ii) साथ ही

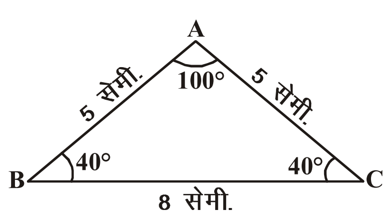
$\frac{45}{60} = \frac{135}{y}$ या

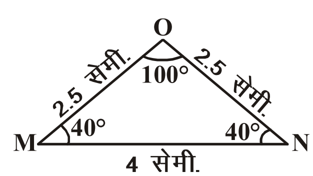
$y = \frac{\cancel{135}^{3} \times 60}{\cancel{45}}$

$y = 180$ मिनट
या 3 घंटे

समानुपात का उपयोग आप कई अन्य महत्त्वपूर्ण अवधारणाओं को करने के लिए भी करते हैं, जैसे– समरूपता व मानचित्रों को दर्शाने में–

$\frac{x}{1/y}$





ऊपर दिए गए त्रिभुजों के संगत कोण बराबर व संगत भुजाएँ समानुपाती हैं, जैसे–

$$\frac{AB}{MO} = \frac{5}{2.5} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{AC}{ON} = \frac{5}{2.5} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{BC}{MN} = \frac{8}{4} = \frac{2}{1}$$

अतः प्रत्येक भुजा 2 : 1 के अनुपात में ही है।

इसी प्रकार मानचित्रों के निरूपण में भी पैमाना में दो बिन्दु की दूरी और वास्तविक क्षेत्र पर दोनों बिन्दुओं की दुरी का अनुपात होता है।

प्रश्नावली 11.1

1. निम्नलिखित तालिका में x तथा y समानुपाती (अनुक्रमानुपाती) हैं या नहीं? ज्ञात कीजिए।

(i)

x	3	6	15	20	30
y	12	24	45	60	120

(ii)

x	1	3	9	20
y	1.5	4.5	13.5	30

2. टाइपिंग की परीक्षा पास करने के लिए कम से कम 30 शब्द प्रति मिनट टाइप करने होते हैं। एक परीक्षार्थी को पास होने के लिए आधे घंटे में कम से कम कितने शब्द टाइप करने होंगे।

3. मुकुंद के पास एक सड़क का मानचित्र है जिसके पैमाने में 1 सेमी. की दूरी 15

किमी. निरूपित करती है। गाँधी नगर से ज़ाकिर हुसैन सर्कल तक जाने वाली सड़क यदि 75 किमी. है तो मानचित्र में उसे कितने सेमी. से निरूपित किया गया होगा?

4.

यदि 25 मीटर कपड़े क	ा मूल्य	337.50	रुपये ह	ो तो,	
(i) उसी प्रकार के	60 मी	टर कपड़	े का मू	ल्य क्या	होगा?

(ii) 1620 रु. में इस तरह का कितनी लम्बाई का कपड़ा खरीदा जा सकता है।

5. मकान

क ` एक मॉडल में उसकी ऊँचाई

5 सेमी. व क्रमशः लम्बाई व चौड़ाई 12 व 8 सेमी. है।

सेमी.

अ : ब1 यदि

$x : \frac{1}{y} = \frac{x}{\frac{1}{y}} = xy = 240 = k$

वास्तविक परिस्थिति में उसकी ऊँचाई

2 5 फुट हो तो मॉडल में काम

लिया गया पैमाना बताइए तथा वास्तविक लम्बाई व चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

© BSTBPC
WEB COPY ,NOT TO BE PUBLISHED

6. मान लीजिए 2 किग्रा. दाल में 7×10^5 क्रिस्टल हैं। तब दी गई दालों की मात्रा में कितने क्रिस्टल होंगे?

(i) 8 किग्रा. (ii) 5 किग्रा.

7. एक मानचित्र का पैमाना 1 : 25 000000 दिया है। दो नगरों की मानचित्र में दूरी 3 सेमी. है। तो वास्तविकता में उनके बीच कितनी दूरी होगी?

8. यदि एक स्कूटर 3 लीटर पेट्रोल में 96 किमी. चलता है, तो 320 किमी. चलने के लिए

इसे कितने पेट्रोल की आवश्यकता होगी?

11.2 व्युत्क्रमानुपाती विचरण (Inverse Proportional Variation)

दैनिक जीवन में हम कुछ स्थानों पर यह देखते हैं कि एक राशि के बढ़ने से दूसरी राशि एक स्थिर अनुपात में घटने लगती है अथवा पहली राशि के घटने से दूसरी राशि एक स्थिर अनुपात में बढ़ने लगती है। इस प्रकार के आनुपातिक संबंधों को **व्युत्क्रमानुपात** कहते हैं।

आइए, एक उदाहरण देखें–

एक सड़क पर मिट्टी डालने के काम को पूरा करने के लिए आवश्यक मजदूरों और दिनों की संख्या नीचे सारणी में दी हुई है–

मजदूरों की संख्या (x)	5	10	15	20	30
दिनों की संख्या (y)	60	30	20	15	10

ऊपर सारणी में मजदूरों की संख्या (x) है तथा दिनों की संख्या (y) है क्या आप प्रत्येक x के लिए दिए गए y के मध्य कोई संबंध प्राप्त कर सकते हैं? यह xy के प्रत्येक मान के लिए स्थिर है।

उदाहरण को देखकर हेमंत सोच रहा था कि मजदूरों की संख्या दुगुनी होने पर दिनों की संख्या आधी हो गई तथा आगे मजदूरों की संख्या तीन गुनी हो जाने पर दिनों की संख्या $\frac{1}{3}$ गुनी हो गई। उसी प्रकार मजदूरों की संख्या यदि 10 गुनी कर दी जाए तो दिनों की संख्या $\frac{1}{10}$ गुनी हो जायेगी। यदि x और y के मानों को गुणा किया जाए तो एक स्थिरांक प्राप्त होगा।

जिस प्रकार अनुक्रमानुपाती संबंध में $\frac{x}{y}$ या $x : y$

स्थिरांक होता है, उसी प्रकार यहाँ $x \times y$ या या xy = एक स्थिरांक होता है जो कि अनुक्रमानुपात का व्युत्क्रम है, इसलिए हम इसे व्युत्क्रमानुपात कहते हैं।

क्या आप हेमंत से सहमत हैं? यहाँ हम पाते हैं कि मजदूरों की संख्या जिस अनुपात में बढ़ती है, ठीक उसके उल्टे या विपरीत अनुपात में दिनों की संख्या घटती है और जिस अनुपात में मजदूरों की संख्या घटती है, ठीक उसके उल्टे या विपरीत अनुपात में दिनों की संख्या बढ़ती है। ऐसे अनुपात को विलोम अनुपात या **व्युत्क्रमानुपात** कहते हैं। जैसे उपर्युक्त उदाहरण में मजदूरों की संख्या और दिनों की संख्या में व्युत्क्रमानुपात है।

अर्थात् दोनों राशियों में विचरण **व्युत्क्रम अनुपात** में है।

नीचे दी गई स्थिति को समझिए :

एक यात्री गाड़ी 12 किमी./घण्टा की चाल से चलकर कोई दूरी 4 घण्टे मे तय करती है। बताइए–

1. चाल बढ़ाकर 24 किमी./घण्टा कर देने से उस दूरी को पार करने में कितना समय लगेगा?

2. चाल बढ़ाकर 36 किमी./घण्टा कर देने से उस दूरी को पार करने में कितना समय लगेगा?

साथ ही निम्नांकित सारणी को भी पूर्ण करें–

चाल (किमी./घण्टा में) क्रमशः बढ़ाने पर	12	24	36	48
समय (घण्टे में)	4	.....	.....	.....
चाल × समय = दूरी	48	48	48	48

निष्कर्ष:– चाल बढ़ाने पर समय .... लगता है।

चाल (किमी./घण्टा में) क्रमशः कम करने पर	48	32	16	6
समय (घण्टे में)	1	.....	.....	.....
चाल × समय = दूरी	48	.....	.....	.....

© BSTBPC WEB COPY, NOT TO BE PUBLISHED

निष्कर्ष:– चाल .... होने पर समय अधिक लगता है।

आप भी दैनिक जीवन से संबंधित ऐसे पाँच उदाहरण लिखिए, जो परस्पर व्युत्क्रम अनुपात में हों।

आइए, एक और उदाहरण देखें : प्रतिदिन 16 पृष्ठ पढ़ने पर एक पुस्तक 15 दिनों में पूर्णतः पढ़ी जा सकती है। यदि प्रतिदिन 8 पृष्ठ पढ़ें, तो पुस्तक को पूर्णतः पढ़ने में कितने दिन लगेंगे? यदि 12, 15 तथा 24 पृष्ठ प्रतिदिन पढ़ें तो पुस्तक को कितने दिनों में पढ़ा जा सकता है।

यदि प्रतिदिन पढ़े गए पृष्ठों की संख्या x तथा पढ़ने में लगे संगत दिनों की संख्या y से व्यक्त करें, तो हल करने से प्राप्त उत्तरों को निम्नानुसार सारिणी में लिखा जा सकता है–

पृष्ठों की संख्या (x)	16	8	12	15	24
दिनों की संख्या (y)	15	30	20	16	10

यहाँ $\frac{1}{y} = \frac{1}{15}$ या $\frac{1}{30}$ या $\frac{1}{20}$ या $\frac{1}{16}$ या $\frac{1}{10}$

$$x : \frac{1}{y} = \frac{x}{1/y} = \frac{16}{1/15} = \frac{8}{1/30} = \frac{12}{1/20} = \frac{15}{1/16} = \frac{24}{1/10}$$

मानक रूप में $x \times y$ $16 \times 15 = 240$ $8 \times 30 = 240$ $12 \times 20 = 240$ $15 \times 16 = 240$ $24 \times 10 = 240$

(माना)

यहाँ पृष्ठों की संख्या, दिनों की संख्या के व्युत्क्रम अनुपात में है। चूँकि पृष्ठों की संख्या के प्रत्येक मान के लिए आवश्यक दिनों की संख्या के मध्य व्युत्क्रम अनुपाती संबंध हर जगह एक स्थिर मान देता है। इसलिए पृष्ठों की संख्या के सभी दिनों की संख्याओं के संगत मानों के व्युत्क्रम अनुपाती है। दूसरे शब्दों में कह सकते हैं कि पृष्ठों की संख्या x और संगत दिनों की संख्या y का गुणनफल एक नियत राशि है अर्थात् $xy = k$

अब यदि xy के एक से अधिक मान k के बराबर हैं तो वे आपस में भी बराबर होंगे

$x_1y_1 = x_2y_2$

निष्कर्ष : हम पाते हैं कि **''जब दो चर राशियों में परस्पर इस प्रकार का संबंध हो कि उनमें से एक राशि का मान बढ़ाने से दूसरी राशि का मान कम हो या पहली राशि का मान कम करने से दूसरी राशि का मान बढ़ता है तथा प्रत्येक स्थिति में दोनों राशियों का गुणनफल नियत रहे, तो उनके बीच के संबंध को व्युत्क्रमानुपाती विचरण कहते हैं।''**

गणितीय रूप में, यदि x और y व्युत्क्रमानुपाती विचरण में हों तो $xy = k$

यदि x के दो मान x_1 एवं x_2 के लिए y के दो संगत मान y_1 एवं y_2 हों तो $x_1y_1 = x_2y_2$

स्वयं करके देखिए

नीचे दी गई किन सारिणियों में x और y व्युत्क्रमानुपाती विचरण में है–

(i)

x	6	2	3	18
y	3	9	6	1

(ii)

x	40	20	16	10	2.5
y	2	4	5	8	32

(iii)

x	10	5	2	4
y	3	6	15	8

(iv)

x	9	10	12	15
y	5	4.5	3.75	3

यदि x और y व्युत्क्रमानुपात में विचरण करते हैं, तो निम्नांकित सारिणी में आवश्यकतानुसार रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए–

© BSTBPC WEB COPY ,NOT TO BE PUBLISHED

(i)	x	9	18	20	......	30
	y	4	......	......	1.5	......
(ii)	x	16	8	......	......	
	y	3	......	12	24	
(iii)	x	20	50	25	......	
	y	......	4	......	5	

आइए, व्युत्क्रमानुपाती विचरण के कुछ उदाहरणों को देखें–

उदाहरण–6. 12 मजदूर एक दीवार को 10 दिन में बना सकते हैं। उसी दीवार को 20 मजदूर कितने दिनों में बना लेंगे?

हल : चूँकि मजदूरों की संख्या बढ़ाने से काम पूरा होने में कम समय लगेगा, अतः यहाँ व्युत्क्रमानुपाती विचरण की स्थिति है।

माना कि 20 मजदूर उस दीवार को y दिनों में बना लेंगे। तो सारणी इस प्रकार होगी–

मजदूरों की संख्या (x)	12	20
दिनों की संख्या (y)	10	y

व्युत्क्रमानुपाती विचरण में–

$x_1y_1 = x_2y_2$

12 × 1

12 ×

20

6 =

अर्थात्

उदाहरण–7. ... सामग्री है। यदि छात्रावास में 10 ... नों में समाप्त हो जाएगी?

हल : 100 छा ... ा = 200 + 100 = 300 चूँकि खा ... ामग्री कम समय में समाप्त हो जाएगी, अतः यहाँ व्युत्क्रमानुपाती संबंध है।

माना कि खाद्य सामग्री y दिनों में समाप्त हो जाएगी तो सारणी इस प्रकार होगी–

छात्रों की संख्या (x) 200 300