14. सांख्यिकी

प्रश्नावली 14.1

Q1. विधार्थियों के एक समूह द्वारा अपने पर्यावरण संचेतना अभियान के अन्तर्गत एक सर्वेक्षण किया गया, जिसमें उन्होंने एक मोहल्ले के 20 घरों में लगे हुए पौधों से संबंधित निम्नलिखित आँकड़े एकत्रित किए | प्रति घर पौधों की संख्या ज्ञात कीजिए |

पौधों की संख्या	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14
घरों की संख्या	1	2	1	5	6	2	3

माध्य ज्ञात करने के लिए आपने किस विधि का प्रयोग किया और क्यों ?

हल :

वर्ग चिन्ह (xi) = $\frac{\text{ऊँच सीमा + निम्न सीमा}}{2}$

fixi = (fi) × (xi) ⇒ 1 × 1 = 1

Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com

पौधों की संख्या C- I	घरों की संख्या (fi)	x_i	fixi
0 - 2	1	1	1
2 - 4	2	3	6
4 - 6	1	5	5
6 - 8	5	7	35
8 - 10	6	9	54
10 - 12	2	11	22
12 - 14	3	13	39
Total	$\sum fi = 20$		$\sum fixi = 162$

माध्य $(\bar{X}) = \frac{\sum fixi}{\sum fi} = \frac{162}{20} = 8.1$

Q2. किसी फैक्ट्री के 50 श्रमिकों मज़दूरी के निम्नलिखित बंटन पर विचार कीजिए :

दैनिक मज़दूरी (रुपयों में)	100-120	120-140	140-160	160-180	180-200
श्रमिकों की संख्या	12	14	8	6	10

एक उपयुक्त विधि का प्रयोग करते हुए, इस फैक्ट्री के श्रमिकों की माध्य दैनिक मज़दूरी ज्ञात कीजिए |

हल : प्रत्येक अंतराल के लिए वर्ग-चिन्ह को इस सूत्र से ज्ञात करेंगे

$$\text{वर्ग चिन्ह } (x_i) = \frac{\text{ऊँच सीमा} + \text{निम्न सीमा}}{2}$$

कल्पित माध्य विधि से

जहाँ कल्पित माध्य a = 150 है |

दैनिकमजदूरी (रुपयों में)	श्रमिकों की संख्या	x_i	$d_i = x_i - a$	$f_i d_i$
100 - 120	12	110	110 - 150 = - 40	- 480
120 - 140	14	130	130 - 150 = - 20	- 280
140 - 160	8	a =150	150 - 150 = 0	0
160 - 180	6	170	170 - 150 = 20	120
180 - 200	10	190	190 - 150 = 40	400
कुल (Total)	$\Sigma f_i = 50$			$\Sigma f_i d_i = -240$

Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com

कल्पित माध्य विधि (Assume mean Method) से

$\Sigma f_i d_i$ = - 480 + - 280 + 0 + 120 + 400 = - 760 + 520 = - 240

Σf_i = 50 और a = 150

$$\text{माध्य}\ (\bar{X}) = a + \frac{\Sigma fixi}{\Sigma fi}$$

$$= 150 + \frac{-240}{50}$$

$$= 150 + \frac{-24}{5}$$

$$= 150 + (-4.8)$$

$$= 145.2$$

Q3. निम्नलिखित बंटन एक मोहल्ले के बच्चों के दैनिक जेबखर्च दर्शाता है | माध्य जेबखर्च 18 रू है | लुप्त बारंबारता f ज्ञात कीजिए :

दैनिक जेब भत्ता (रुपयों में)	11 - 13	13 - 15	15 - 17	17 - 19	19 - 21	21 - 23	23 - 25
बच्चों की संख्या	7	6	9	13	f	5	4

हल :

दैनिक जेब भत्ता (रुपयों में)	बच्चों की संख्या	x_i	$d_i = x_i - a$	$f_i d_i$
11 - 13	7	12	12 - 18 = - 6	- 42
13 - 15	6	14	14 - 18 = - 4	- 24
15 - 17	9	16	16 - 18= - 2	- 18
17 - 19	13	a = 18	18 - 18 = 0	0
19 - 21	f	20	20 - 18 = 2	2f
21 - 23	5	22	22 - 18 = 4	20
23 - 25	4	24	24 - 18 = 6	24
कुल (Total)	$\Sigma f_i = 44 + f$			2f - 40

कल्पित माध्य विधि (Assume mean Method) से

Σfidi = 2f - 40, Σfi = 44 + f और a = 18,

Durga Tutorial Baniapur DurgaTutorial.com

माध्य जेब खर्च $(\bar{X})$ = ₹ 18

माध्य $(\bar{X}) = a + \frac{\sum fixi}{\sum fi}$

$$18 = 18 + \frac{2f - 40}{44 + f}$$

$$18 - 18 = \frac{2f - 40}{44 + f}$$

$$\frac{0}{1} = \frac{2f - 40}{44 + f}$$

$$2f - 40 = 0$$

$$2f = 40$$

$$f = \frac{40}{2} = 20$$

$$f = 20$$

अत: लुप्त बारंबारता 20 है |

Q4. किसी अस्पताल में, एक डॉक्टर द्वारा 30 महिलाओं की जाँच की गई और उनके हृदय स्पंदन (beat) की प्रति मिनट संख्या नोट करके नीचे दर्शाए अनुसार संक्षिप्त रूप में लिखी गई | एक उपयुक्त विधि चुनते हुए, इन महिलाओं के हृदय स्पंदन की प्रति मिनट माध्य संख्या ज्ञात कीजिए :

हृदय स्पंदन की प्रति मिनट संख्या	65 - 68	68 - 71	71 - 74	74 - 77	77 - 80	80 - 83	83 - 86
महिलाओं की संख्या	2	4	3	8	7	4	2

हल :

हृदय स्पंदन की प्रति मिनट संख्या	महिलाओं की संख्या (f_i)	x_i	$d_i = x_i - a$	$f_i d_i$
65 - 68	2	66.5	– 9	– 18
68 - 71	4	69.5	– 6	– 24
71 - 74	3	72.5	– 3	– 9
74 - 77	8	a = 75.5	0	0
77 - 80	7	78.5	3	21
80 - 83	4	81.5	6	24
83 - 86	2	84.5	9	18
Total	$\Sigma f_i = 30$			12

कल्पित माध्य विधि (Assume mean Method) से

$\Sigma f_i d_i = 12$, $\Sigma f_i = 30$ और $a = 75.5$,

माध्य $(\bar{X}) = a + \frac{\sum fixi}{\sum fi}$

$= 75.5 + \frac{12}{30}$

$= 75.5 + \frac{4}{10}$

$= 75.5 + 0.4$

$= 75.9$

अत: महिलाओं के हृदय स्पंदन की प्रति मिनट माध्य संख्या = 75.9 है |

Q5. किसी फुटकर बाज़ार में, फल विक्रेता पेटियों में रखे आम बेच रहें थे | इन पेटियों में आमों की संख्याएँ भिन्न - भिन्न थी | पेटियों की संख्या के अनुसार, आमों का बंटन निम्नलिखित था :

आमों की संख्या	50-52	53-55	56-58	59-61	62-64
पेटियों की संख्या	15	110	135	115	25

Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com

एक पेटी में रखे आमों की माध्य संख्या ज्ञात कीजिए | आपने माध्य ज्ञात करने की किस विधि का प्रयोग किया है ?

हल:

दी गयी श्रृखला समावेशी (inclusive) है जहाँ वर्ग-अंतरालों में 1 का अंतर है | अत: दी गयी श्रृंखला को अपवर्जी (exclusive) श्रृंखला में बदलेंगे |

53 – 52 = 1

Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com

अत: $\frac{1}{2}$ = 0.5 और अब निम्न सीमा में से 0.5 घटाने और उच्च सीमा में 0.5 जोड़ने पर :

आमों की संख्या	पेटियों की संख्या (f_i)	x_i	$d_i = x_i - a$	$u_i = \frac{d_i}{h}, h = 3$	$f_i d_i$
49.5 - 52.5	15	51	– 6	$\frac{-6}{3} = -2$	– 30
52.5 - 55.5	110	54	– 3	$\frac{-3}{3} = -1$	– 110
55.5 - 58.5	135	a = 57	0	$\frac{0}{3} = 0$	0
58.5 - 61.5	115	60	3	$\frac{3}{3} = 1$	115
61.5 - 64.5	25	63	6	$\frac{6}{3} = 2$	50
Total	400				25

पग-विचलन विधि (Step-deviation Method) से माध्य :

$\Sigma fiui = 25, \Sigma fi = 400, h = 3, a = 57$

पग-विचलन विधि के सूत्र में उपरोक्त मानों (values) को रखने पर

माध्य $(\bar{X}) = a + \left(\frac{\Sigma fiui}{\Sigma fi}\right) \times h$

$= 57 + \left(\frac{25}{400}\right) \times 3$

$= 57 + \left(\frac{1}{16}\right) \times 3$

$= 57 + \left(\frac{3}{16}\right)$

= 57 + 0.1875

= 57.1875 या 57.19

आमों की माध्य संख्या = 57.19

Q6. निम्नलिखित सारणी किसी मोहल्ले के 25 परिवारों में भोजन पर हुए दैनिक व्यय को दर्शाती है:

Baniapur
DurgaTutorial.com

दैनिक व्यय (रुपयों में)	100-150	150-200	200-250	250-300	300-350
परिवारों की संख्या	4	5	12	2	2

एक उपयुक्त विधि द्वारा भोजन पर हुआ माध्य व्यय ज्ञात कीजिए |

हल :

दैनिक व्यय (रुपयों में)	परिवारों की संख्या (f_i)	x_i	$d_i = x_i - a$	$u_i = \frac{d_i}{h}$, $h = 50$	$f_i d_i$
100 - 150	4	125	– 100	$\frac{-100}{50} = -2$	– 8
150 - 200	5	175	– 50	$\frac{-50}{50} = -1$	– 5
200 - 300	12	a = 225	0	$\frac{0}{50} = 0$	0
300 - 350	2	275	50	$\frac{50}{50} = 1$	2
350 - 400	2	325	100	$\frac{100}{50} = 2$	4
Total	25				– 7

Durga Tutorial Baniapur DurgaTutorial.com

पग-विचलन विधि (Step-deviation Method) से माध्य :

$\Sigma fiui = -7$, $\Sigma fi = 25$, $h = 50$, $a = 225$

पग-विचलन विधि के सूत्र में उपरोक्त मानों (values) को रखने पर

$$\text{माध्य } (\bar{X}) = a + \left(\frac{\Sigma fiui}{\Sigma fi}\right) \times h$$

$$= 225 + \left(\frac{-7}{25}\right) \times 50$$

$$= 225 + (-14)$$

$$= 211$$

भोजन पर हुआ माध्य व्यय = ₹ 211

Q7. वायु में सल्फर डाई - ऑक्साइड (SO) की सान्द्रता (भाग प्रति मिलियन में) को ज्ञात करने के लिए, एक नगर के मोहल्लों से आँकड़े एकत्रित किए गये, जिन्हें नीचे प्रस्तुत किया गया है :

SO_2 की सांद्रता	बारंबारता
0.00 - 0.04	4
0.04 - 0.08	9
0.08 - 0.12	9
0.12 - 0.16	2
0.16 - 0.20	4
0.20 - 0.24	2

वायु में SO_2 की सांद्रता का माध्य ज्ञात कीजिए ।

हल :

SO_2 की सांद्रता	बारंबारता (f_i)	x_i	$d_i = x_i - a$	$u_i = \frac{d_i}{h}$, $h = 0.04$	$f_i d_i$
0.00 – 0.04	4	0.02	– 0.12	$\frac{-0.12}{0.04} = -3$	– 12
0.04 – 0.08	9	0.06	– 0.08	$\frac{-0.08}{0.04} = -2$	– 18
0.08 – 0.12	9	0.10	– 0.04	$\frac{-0.04}{0.04} = -1$	– 9
0.12 – 0.16	2	a = 0.14	0	0	0
0.16 – 0.20	4	0.18	0.04	$\frac{0.04}{0.04} = 1$	4
0.20 – 0.24	2	0.22	0.08	$\frac{0.08}{0.04} = 2$	4
Total	30				– 31

Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com

पग-विचलन विधि (Step-deviation Method) से माध्य :

$\Sigma f_i u_i = -31$, $\Sigma f_i = 30$, $h = 0.04$, $a = 0.14$

पग-विचलन विधि के सूत्र में उपरोक्त मानों (values) को रखने पर

माध्य $(\bar{X}) = a + \left(\frac{\sum fiui}{\sum fi}\right) \times h$

$= 0.14 + \left(\frac{-31}{30}\right) \times 0.04$

$= 0.14 + (-0.04133)$

$= 0.14 - 0.041$

$= 0.099$

वायु में सल्फर डाई-ऑक्साइड (SO) की सान्द्रता का माध्य = 0.099

Q8. किसी कक्षा अध्यापिका ने पुरे सत्र के लिए अपनी कक्षा के 40 विधार्थियों कि अनुपस्थिति निम्नलिखित रूप में रिकॉर्ड (record) की | एक विधार्थी जितने दिन अनुपस्थित रहा उनका माध्य ज्ञात कीजिए :

दिनों की संख्या	0-6	6-10	10-14	14-20	20-28	28-38	38-40
विद्यार्थियों की संख्या	11	10	7	4	4	3	1

Durga Tutorial Baniapur
DurgaTutorial.com

हल :

दिनों की संख्या	विद्यार्थियों की संख्या (f_i)	x_i	$d_i = x_i - a$	$f_i d_i$
0 – 6	11	3	– 14	– 154
6 –10	10	8	– 9	– 90
10 – 14	7	12	– 5	– 35
14 – 20	4	a = 17	0	0
20 – 28	4	24	7	28
28 – 38	3	33	16	48
38 – 40	1	39	22	22
Total	$\Sigma f_i = 40$			– 181

कल्पित माध्य विधि (Assume mean Method) से

$\Sigma f_i d_i = -181$, $\Sigma f_i = 40$ और $a = 17$,

माध्य $(\bar{X}) = a + \frac{\sum fixi}{\sum fi}$

$= 17 + \frac{-181}{40}$

$= 17 + (-4.525)$

$= 12.475$

$= 12.48$

Durga Tutorial Baniapur
DurgaTutorial.com

विद्यार्थी की अनुपस्थित का माध्य = 12.48 दिन

Q9. निम्नलिखित सारणी 35 नगरों कि साक्षरता दर (प्रतिशत में) दर्शाती है | माध्य साक्षरता दर ज्ञात कीजिए :

साक्षरता दर (% में)	45-55	55-65	65-75	75-85	85-95
नगरों की संख्या	3	10	11	8	3

हल :

साक्षरता दर (%) में	नगरों की संख्या (f_i)	x_i	$d_i = x_i - a$	$u_i = \frac{d_i}{h}$, $h = 10$	$f_i d_i$
45 – 55	3	50	– 20	– 2	– 6
55 – 65	10	60	– 10	– 1	– 10
65 – 75	11	a = 70	– 0	0	0
75 – 85	8	80	10	1	8
85 – 95	3	90	20	2	6
Total	35				– 2

पग-विचलन विधि (Step-deviation Method) से माध्य :

$\Sigma f_i u_i = -2$, $\Sigma f_i = 35$, $h = 10$, $a = 70$

पग-विचलन विधि के सूत्र में उपरोक्त मानों (values) को रखने पर

$$\text{माध्य } (\bar{X}) = a + \left(\frac{\Sigma fiui}{\Sigma fi}\right) \times h$$

$$= 70 + \left(\frac{-2}{35}\right) \times 10$$

$$= 70 + \left(\frac{-4}{7}\right)$$

$$= 70 + (-0.57)$$

$$= 70 - 0.57$$

$$= 69.43$$

अत: माध्य साक्षरता दर = 69.43 %

प्रश्नावली 14.2

Durga Tutorial Baniapur
DurgaTutorial.com

Q1. निम्नलिखित सारणी किसी अस्पताल में एक विशेष वर्ष में भर्ती हुए रोगियों की आयु को दर्शाती है :

आयु (वर्षों में)	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55	55-65
रोगियों की संख्या	6	11	21	23	14	5

उपरोक्त आँकड़ों के बहुलक और माध्य ज्ञात कीजिए | दोनों केन्द्रीय प्रवृत्ति कि मापों की तुलना कीजिए और उनकी व्याख्या कीजिए |

हल :

कल्पित माध्य विधि (Assume Mean Method) और बहुलक के लिए सारणी:

आयु (वर्षों में)	रोगियों की संख्या (f_i)	वर्ग-चिन्ह x_i	$d_i = x_i - a$	$f_i d_i$
5 – 15	6	10	– 20	– 120
15 – 25	11	20	– 10	– 110
25 – 35	21 = f_0	a = 30	0	0
l = 35 – 45	23 = f_1	40	10	230
45 – 55	14 = f_2	50	20	280
55 – 65	5	60	30	150
Total	$\Sigma f_i = 80$			$\Sigma f_i x_i = 430$

Durga Tutorial Baniapur DurgaTutorial.com

बहुलक (Mode) के लिए सारणी से :

बहुलक वर्ग = 35 – 45

$\therefore l = 35$,

बहुलक वर्ग की बारंबारता (f_1) = 23,

(f_0) = 21, (f_2) = 14,

वर्ग-आकार (h) = 10

बहुलक (Mode) $= l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$= 35 + \left(\frac{23-21}{2\,(23) - 21 - 14}\right) \times 10$

$= 35 + \left(\frac{2}{46 - 35}\right) \times 10$

$= 35 + \frac{20}{11}$

$= 35 + 1.81$

$= 36.8$

कल्पित माध्य विधि से माध्य

$\Sigma f_i x_i = 430,\ \Sigma f_i = 80,\ a = 30$

माध्य $= a + \frac{\sum fidi}{\sum fi}$

$= 30 + \frac{430}{80}$

$= 30 + 5.\ 375$

$= 35.375$

$= 35.38$

Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com

Q2. निम्नलिखित आँकड़े, 225 बिजली उपकरणों के प्रेक्षित जीवन काल (घंटों में) कि सूचना देते हैं :

जीवनकाल (घंटों में)	0 - 20	20 - 40	40 - 60	60 - 80	80 - 100	100 - 120
बारंबारता	10	35	52	61	38	29

उपकरणों का बहुलक जीवनकाल ज्ञात कीजिए |

हल :

जीवनकाल (घंटों में)	बारंबारता (f_i)
0 - 20	10
20 - 40	35
40 - 60	52
60 - 80	61
80 - 100	38
100 - 120	29

वर्ग 60 - 80 की सबसे अधिक बारंबारता 61 है, अत: बहुलक वर्ग 60 - 80 है |

इसलिए, $l = 60$, $f_1 = 61$, $f_0 = 52$, $f_2 = 38$ और $h = 20$

Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com

बहुलक (Mode) $= l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$= 60 + \left(\frac{61-52}{2\,(61) - 52 - 38}\right) \times 20$

$= 60 + \left(\frac{9}{122 - 90}\right) \times 20$

$= 60 + \left(\frac{9 \times 20}{32}\right)$

$= 60 + \left(\frac{9 \times 5}{8}\right)$

$= 60 + \left(\frac{45}{8}\right)$

$= 60 + 5.625$

$= 65.625$

अत: उपकरणों का बहुलक जीवनकाल 65.63 है |

Q3. निम्नलिखित आँकड़े किसी गाँव के 200 परिवारों के कुल मासिक घरेलू व्यय के बंटन को दर्शाते है | इन परिवारों का बहुलक मासिक व्यय ज्ञात कीजिए | साथ ही, माध्य मासिक व्यय भी ज्ञात कीजिए |

Durga Tutorial Baniapur DurgaTutorial.com

व्यय (रुपयों में)	परिवारों की संख्या
1000 - 1500	24
1500 - 2000	40
2000 - 2500	33
2500 - 3000	28
3000 - 3500	30
3500 - 4000	22
4000 - 4500	16
4500 - 5000	7
Total (कुल)	200

हल :

व्यय (रुपयों में)	परिवारों की संख्या	x_i	xi - a	$u_i = \frac{i-}{h}$, h = 500	f_iu_i
1000 - 1500	24 = f_0	1250	- 1500	- 3	- 72
l =1500 - 2000	40 = f_1	1750	- 1000	- 2	- 80
2000 - 2500	33 = f_2	2250	- 500	- 1	- 33
2500 - 3000	28	2750 = a	0	0	0
3000 - 3500	30	3250	500	1	30
3500 - 4000	22	3750	1000	2	44
4000 - 4500	16	4250	1500	3	48
4500 - 5000	7	4750	2000	4	28
Total (कुल)	200				- 35

बहुलक (mode) के लिए:

वर्ग 1500 - 2000 की बारंबारता सबसे अधिक 40 बार है अत: l = 1500

$f_1 = 40$

$f_0 = 24$

$f_2 = 33$

$h = 500$

Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com

बहुलक (Mode) $= l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$= 1500 + \left(\frac{40-24}{2(40)-24-33}\right) \times 500$

$= 1500 + \left(\frac{16}{80-57}\right) \times 500$

$= 1500 + \left(\frac{8000}{23}\right)$

$= 1500 + 347.826$

$= 1847.826$

$= 1847.83$

अत: परिवारों का बहुलक मासिक व्यय = 1847.83

माध्य (mean) के लिए पग-विचलन विधि से :

Durga Tutorial
DurgaTutorial.com

माध्य (mean), $\overline{X} = a + \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right) \times h$

$= 2750 + \frac{-35}{200} \times 500$

$= 2750 + \frac{-17500}{200}$

$= 2750 + \frac{-175}{2}$

$= 2750 + (-\ 87.5)$

$= 2662.5$

अत: मासिक माध्य खर्च = ₹2662.5

Q4. निम्नलिखित बंटन भारत के उच्चतर माध्यमिक स्कूलों में, राज्यों के अनुसार, शिक्षक - विधार्थी अनुपात को दर्शाता है | इन आँकड़ों के बहुलक और माध्य ज्ञात कीजिए | दोनों मापकों की व्याख्या कीजिए |

प्रति शिक्षक विद्यार्थियों की संख्या	राज्य/संघीय क्षेत्रों की संख्या
15 - 20	3
20 - 25	8
25 - 30	9
30 - 35	10
35 - 40	3
40 - 45	0
45 - 50	0
50 - 55	2

हल :

DurgaTutorial.com

प्रति शिक्षक विद्यार्थियों की संख्या	राज्य/संघीय क्षेत्रों की संख्या (f_i)	x_i	$d_i = x_i - a$	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$, h = 5	$f_i u_i$
15 – 20	3	17.5	– 15	– 3	– 9
20 – 25	8	22.5	– 10	– 2	– 16
25 – 30	9 = f_0	27.5	– 5	– 1	– 9
l = 30 – 35	10 = f_1	a = 32.5	0	0	0
35 – 40	3 = f_2	37.5	5	1	3
40 – 45	0	42.5	10	2	0
45 – 50	0	47.5	15	3	0
50 – 55	2	52.5	20	4	8
Total	35				– 23

उपरोक्त सारणी के अनुसार

$l = 30$, $f_0 = 9$, $f_1 = 10$, $f_2 = 3$, $h = 5$,

$$\text{बहुलक (Mode)} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$$

$$= 30 + \left(\frac{10 - 9}{2(10) - 9 - 3}\right) \times 5$$

$$= 30 + \left(\frac{1}{20 - 12}\right) \times 5$$

$$= 30 + \left(\frac{5}{8}\right)$$

$$= 30 + 0.625$$

$$= 30.625$$

बहुलक (Mode) = 30.6

माध्य (Mean) के लिए :

a = 32.5, Sf_iu_i = - 23, Sf_i = 35, h = 5

माध्य (mean), $\overline{X} = a + \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right) \times h$

$= 32.5 + \left(\frac{-23}{35}\right) \times 5$

$= 32.5 + \left(\frac{-23}{7}\right)$

$= 32.5 + (-3.28)$

$= 32.5 - 3.28$

$= 29.22$

अत: आंकड़ों का माध्य = 29.22 और बहुलक (Mode) = 30.6

Q5. दिया हुआ बंटन विश्व के कुछ श्रेष्टतम बल्लेबाज़ों द्वारा एकदिवसीय अंतराष्ट्रीय क्रिकेट मैचों में बनाए गए रनों को दर्शाता है :

बनाए गए रन	बल्लेबाज़ों की संख्या
3000 - 4000	4
4000 - 5000	18
5000 - 6000	9
6000 - 7000	7
7000 - 8000	6
8000 - 9000	3
9000 - 10,000	1
10,000 - 11,000	1

Durga Tutorial Baniapur DurgaTutorial.com

इन आँकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए |

हल :

बनाए गए रण	बल्लेबाजों की संख्या
3000 – 4000	4 = f_0
l = 4000 – 5000	18 = f_1
5000 – 6000	9 = f_2
6000 – 7000	7
7000 – 8000	6
8000 – 9000	3
9000 – 10000	1
10000 – 11000	1

वर्ग 4000 – 5000 की आवृति सबसे अधिक बार हुई है इसलिए,

बहुलक वर्ग 4000 – 5000 है और

l = 4000, f_1 = 18, f_0 = 4, f_2 = 9 और h = 1000

$$\text{बहुलक (Mode)} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$$

$$= 4000 + \left(\frac{18 - 4}{2(18) - 4 - 9}\right) \times 1000$$

$$= 4000 + \left(\frac{14}{36 - 13}\right) \times 1000$$

$$= 4000 + \left(\frac{14000}{23}\right)$$

$$= 4000 + 608.695$$

$$= 4608.695$$

अत: दिए गए आँकडों का बहुलक (mode) = 4608.695 रन

Q6. एक विधार्थी ने एक सड़क के किसी स्थान से होकर जाती हुई करों कि संख्याएँ नोट कि और उन्हें नीचे दी हुई सारणी के रूप में व्यक्त किया | सारणी में दिया प्रत्येक प्रेक्षण 3 मिनट के अंतराल में उस स्थान से होकर जाने वाली करों कि संख्याओं से संबंधित है | ऐसे 100 अंतरालों पर प्रेक्षण लिए गए | इन आँकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए |

Durga Tutorial
Ganiapur
DurgaTutorial.com

कारों की संख्या	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
बारंबारता	7	14	13	12	20	11	15	8

हल :

वर्ग 40 – 50 की आवृति सबसे अधिक 20 बार हुई है इसलिए,

बहुलक वर्ग 40 – 50 है और

$l = 40$, $f_1 = 20$, $f_0 = 12$, $f_2 = 11$ और $h = 10$

$$\text{बहुलक (Mode)} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$$

$$= 40 + \left(\frac{20 - 12}{2(20) - 12 - 11}\right) \times 10$$

$$= 40 + \left(\frac{8}{40 - 23}\right) \times 10$$

$$= 40 + \left(\frac{80}{17}\right)$$

$$= 40 + 4.7$$

$$= 44.7$$

Durga Tutorial Baniapur
DurgaTutorial.com

अत: दिए गए आँकडों का बहुलक (mode) = 44.7 कारें |

प्रश्नावली 14.3

Q1. निम्नलिखित बारंबारता बंटन किसी मोहल्ले के 68 उपभोक्ताओं की बिजली कि मासिक खपत दर्शाता है | इन आँकड़ों के माध्यक, माध्य और बहुलक ज्ञात कीजिए | इनकी तुलना कीजिए |

मासिक खपत (इकाइयों में)	उपभोक्ताओं की संख्या
65 – 85	4
85 – 105	5
105 – 125	13
125 – 145	20
145 – 165	14
165 – 185	8
185 – 205	4

हल :

मासिक खपत (इकाइयों में)	उपभोक्ताओं की संख्या	x_i	संचयी बारंबारता (c.f)	$d_i = x_i - a$	$u_i = \frac{d_i}{h}$, h = 20	f_iu_i
65 – 85	4	75	4	– 60	– 3	– 12
85 – 105	5	95	4 + 5 = 9	– 40	– 2	– 10
105 – 125	13 = f_0	115	9 + 13 = 22	– 20	– 1	– 13
125 – 145	20 = f_1	135=a	22 + 20 = 42	0	0	0
145 – 165	14 = f_2	155	42 + 14 = 56	20	1	14
165 – 185	8	175	56 + 8 = 64	40	2	16
185 – 205	4	195	64 + 4 = 68	60	3	12
total	N=68					7

Durga Tutorial Bariapur
DurgaTutorial.com

माध्यक (Median) के लिए :

$$N = 68 \text{ और } \frac{N}{2} = \frac{68}{2} = 34$$

34 संचयी बारंबारता के 42 में शामिल है |

इसलिए, माध्यक वर्ग 125 - 145 **है |**

अत: l = 125, f = 20, cf = 22 (माध्यक वर्ग से ठीक ऊपर वाला संचयी बारंबारता) और

h = 20,

माध्यक (Median) = $l + \left(\frac{\frac{N}{2} - c.f}{f}\right) \times h$

$= 125 + \left(\frac{34 - 22}{20}\right) \times 20$

$= 125 + 12$

$= 137$

माध्य के लिए :

$a = 135$, $\Sigma f_i u_i = 7$, $\Sigma f_i = 68$, $h = 20$

माध्य / Mean $(\bar{X}) = a + \left(\frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i}\right) \times h$

$= 135 + \left(\frac{7}{68}\right) \times 20$

$= 135 + \frac{140}{68}$

$= 135 + 2.058$

$= 137.058$

Durga Tutorial Baniapur
DurgaTutorial.com

बहुलक के लिए :

सारणी से हमें ज्ञात होता है कि वर्ग 125 - 145 की बारंबारता सबसे अधिक है इसलिए बहुलक वर्ग 125 - 145 है

अत: $l = 125$, $f_0 = 13$, $f_1 = 20$, $f_2 = 14$ और $h = 20$

बहुलक (Mode) = $l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$$= 125 + \left(\frac{20-13}{2 \times 20 - 13 - 14}\right) \times 20$$

$$= 125 + \left(\frac{7}{40 - 27}\right) \times 20$$

$$= 125 + \frac{140}{13}$$

$$= 125 + 10.76$$

$$= 135.76$$

माध्यक = 137, माध्य = 137.058 और बहुलक = 135.76

Q2. यदि नीचे दिए हुए बंटन का माध्यक 28.5 हो तो x और y के मान ज्ञात कीजिए :

वर्ग अंतराल	बारंबारता
0 - 10	5
10 - 20	x
20 - 30	20
30 - 40	15
40 - 50	y
50 - 60	5
योग	60

Durga Tutorial Baniapur DurgaTutorial.com

हल :

वर्ग-अन्तराल	बारंबारता	संचयी बारंबारता
0 - 10	5	5
10 - 20	x	5 + x
20 - 30	20	25 + x
30 - 40	15	40 + x
40 - 50	y	40 + x + y
50 - 60	5	45 + x + y
योग	60	45 + x + y = 60

दिया है, माध्यक = 28.5,

अत: 28.5 वर्ग-अन्तराल 20 - 30 में शामिल है |

इसलिए, l = 20, f = 20, h = 10 और cf = 5 + x

N = 60,

Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com

अत: $\frac{N}{2} = \frac{60}{2} = 30$

माध्यक (Median) $= l + \left(\frac{\frac{N}{2} - c.f}{f}\right) \times h$

$$28.5 = 20 + \left(\frac{30 - (5 + x)}{20}\right) \times 10$$

$$28.5 = 20 + \left(\frac{30 - 5 - x)}{20}\right) \times 10$$

$$28.5 - 20 = \left(\frac{25 - x)}{2}\right)$$

$$8.5 = \left(\frac{25 - x)}{2}\right)$$

$17 = 25 - x$

$x = 25 - 17$

$x = 8$ ...... (1)

Durga Tutorial Baniapur 1996
DurgaTutorial.com

अब, $45 + x + y = 60$

अथवा $x + y = 60 - 45$

$x + y = 15$

$8 + y = 15$ समी० (1) से

$y = 15 - 8$

$y = 7$

x = 8, और y = 7

Q3. एक जीवन बीमा एजेंट 100 पॉलिसी धारकों कि आयु के बंटन के निम्नलिखित आँकड़े ज्ञात करता है | माध्यक आयु परिकलित कीजिए, यदि पॉलिसी केवल उन्हीं व्यक्तियों को दी जाती है, जिनकी आयु 18 वर्ष या उससे अधिक हो, 60 वर्ष से कम हो |

आयु (वर्षों में)	पॉलिसी धारकों की संख्या
20 से कम	2
25 से कम	6
30 से कम	24
35 से कम	45
40 से कम	78
45 से कम	89
50 से कम	92
55 से कम	98
60 से कम	100

हल :

Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com

Q4. एक पौधे कि 40 पत्तियों कि लंबाइयाँ निकटतम मिलीमीटरों में मापी जाती है तथा प्राप्त आँकड़ों को निम्नलिखित सारणी के रूप में निरुपित किया जाता है :

लंबाई (mm में)	पत्तियों की संख्या
118 - 126	3
127 - 135	5
136 - 144	9
145 - 153	12
154 - 162	5
163 - 171	4
172 - 180	2

पत्तियों की माध्यक लंबाई ज्ञात कीजिए |

संकेत : माध्यक ज्ञात करने के लिए, आँकड़ों को सतत वर्ग अंतरालों में बदलना पड़ेगा, क्योंकि सूत्र में वर्ग अंतरालों को सतत मन गया है | तब ये वर्ग 117.5 - 126.5 - 135.5,...,171.5 - 180.5 में बदल जाते हैं |

हल :

Q5. निम्नलिखित सारणी 400 नियाँन लैंपों के जीवनकालों (life time) को प्रदर्शित करती है :

जीवन काल (घंटों में)	लैंपों की संख्या
1500 - 2000	14
2000 - 2500	56
2500 - 3000	60
3000 - 3500	86
3500 - 4000	74
4000 - 4500	62
4500 - 5000	48

एक लैंप का माध्यक जीवन काल ज्ञात कीजिए |

हल :

Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com

Q6. एक स्थानीय टेलीफ़ोन निर्देशिका से 100 कुलनाम (surnames) लिए और उनमें प्रयुक्त अंग्रेज़ी वर्णमाला के अक्षरों की संख्या का निम्नलिखित बारंबारता बंटन प्राप्त हुआ :

अक्षरों की संख्या	1 - 4	4 - 7	7 - 10	10 - 13	13 - 16	16 - 29
कुलनामों की संख्या	6	30	40	16	4	4

हल :

कुलनामों में माध्यक अक्षरों कि संख्या ज्ञात कीजिए | कुलनामों में माध्य अक्षरों कि संख्या ज्ञात कीजिए | साथ ही, कुलनामों का बहुलक ज्ञात कीजिए |

Q7. नीचे दिया हुआ बंटन एक कक्षा के 30 विधार्थियों के भार दर्शा रहा है | विधार्थियों का माध्यक भार ज्ञात कीजिए |

भार (किलोग्राम में)	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65	65-70	70-75
विद्यार्थियों की संख्या	2	3	8	6	6	3	2

हल :

प्रश्नावली 14.4

Q1. निम्नलिखित बंटन किसी फैक्ट्री के 50 श्रमिकों कि दैनिक आय दर्शाता है :

दैनिक आय (रुपयों में)	100-120	120-140	140-160	160-180	180-200
श्रमिकों की संख्या	12	14	8	6	10

'उपरोक्त बंटन को एक कम प्रकार ' के संचयी बारंबारता बंटन में बदलिए और उसका तोरण खींचिए |

Q2. किसी कक्षा के 35 विधार्थियों कि मेडिकल जाँच के समय, उनके भार निम्नलिखित रूप में रिकॉर्ड किए गए :

भार (कि.ग्रा. में)	विद्यार्थियों की संख्या
38 से कम	0
40 से कम	3
42 से कम	5
44 से कम	9
46 से कम	14
48 से कम	28
50 से कम	32
52 से कम	35

उपरोक्त आँकड़ों के 'लिए कम प्रकार का तोरण' खींचिए | इसके बाद माध्यक भार ज्ञात कीजिए |

Q3. निम्नलिखित सारणी किसी गाँव के 100 फार्मों में हुआ प्रति हेक्टेयर (ha) गेंहूँ का उत्पादन दर्शाते हैं :

Durga Tutorial Baniapur DurgaTutorial.com

उत्पादन (kg/ha)	50-55	55-60	60-65	65-70	70-75	75-80
फार्मों की संख्या	2	8	12	24	38	16

इस बंटन को 'अधिक के प्रकार के ' बंटन में बदलिए और फिर उसका तोरण खींचिए |

Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com