

गणित

(अध्याय - 11)(रचनाएँ)

(कक्षा - 9)

प्रश्नावली 11.1

प्रश्न 1:

एक दी हुई किरण के प्रारंभिक बिंदु पर 90° के कोण की रचना कीजिए और कारण सहित रचना की पुष्टि कीजिए।

उत्तर 1:

रचना के चरण

- प्रारंभिक बिंदु A से किरण AB बनाया।
- A को केन्द्र मानकर तथा कुछ त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो AB को C पर काटता है।
- C को केन्द्र मानकर तथा पहले वाली त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो पहले चाप को E पर काटता है।
- E को केन्द्र मानकर तथा पहले वाली त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो पहले चाप को F पर काटता है।
- E और F को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु G पर प्रतिच्छेद करते हैं।
- बिंदु A से किरण AG बनाया। $\angle PAQ$ ही 90° का अभीष्ट कोण है।

रचना की पुष्टि: AE, CE, EF, FG और GE को मिलाया।

$$AC = CE = AE$$

[$\because$ रचना से]

$\Rightarrow \triangle ACE$ एक समबाहु त्रिभुज है।

$$\Rightarrow \angle CAE = 60^\circ \quad \dots (1)$$

$$\text{इसीप्रकार, } \angle AEF = 60^\circ \quad \dots (2)$$

अतः, $\angle CAE = \angle AEF$ [$\because$ समीकरण (1) और (2) से]

$\angle CAE$ और $\angle AEF$ एकांतर कोण हैं, अतः

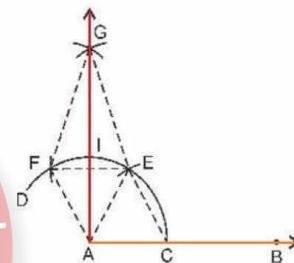
$$FE \parallel AC$$

$$\text{यहाँ, } FG = EG$$

[$\because$ रचना से]

$\Rightarrow$ बिंदु G, EF के लंबसमद्विभाजक पर स्थित है। $\Rightarrow \angle GIE = 90^\circ$

अतः, $\angle GAB = \angle GIE = 90^\circ$ [$\because$ संगत कोण]



प्रश्न 2:

एक दी हुई किरण के प्रारंभिक बिंदु पर 45° के कोण की रचना कीजिए और कारण सहित रचना की पुष्टि कीजिए।

उत्तर 2:

रचना के चरण

- प्रारंभिक बिंदु A से किरण AB बनाया।
- A को केन्द्र मानकर तथा कुछ त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो AB को C पर काटता है।
- C को केन्द्र मानकर तथा पहले वाली त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो पहले चाप को D पर काटता है।
- D को केन्द्र मानकर तथा पहले वाली त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो पहले चाप को E पर काटता है।
- D और E को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु F पर प्रतिच्छेद करते हैं।
- बिंदु A से किरण AF बनाया।
- C और G को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या (CG के आधे से अधिक) लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु H पर प्रतिच्छेद करते हैं।
- बिंदु A से किरण AH बनाया। $\angle HAB$ ही 45° का अभीष्ट कोण है।

रचना की पुष्टि: GH और CH को मिलाया।

$\triangle AGH$ और $\triangle ACH$ में,

$$GH = CH$$

[$\because$ बराबर त्रिज्याओं के चाप]

$$AG = AC$$

[$\because$ एक ही वृत्त की त्रिज्याएँ]

$$AH = AH$$

[$\because$ उभयनिष्ठ]

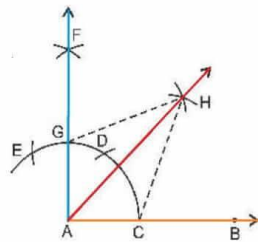
$$\text{अतः, } \triangle AGH \cong \triangle ACH$$

[$\because$ SSS सर्वांगसमता नियम]

$$\angle GAH = \angle CAH$$

[$\because$ सर्वांगसम त्रिभुज के संगत भाग बराबर होते हैं]

$$\text{अतः, } \angle GAH = \angle CAH = 45^\circ$$



प्रश्न 3:

निम्न मापों के कोणों की रचना कीजिए:

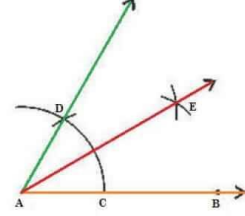
(i) 30°

(ii) $22\frac{1}{2}^\circ$

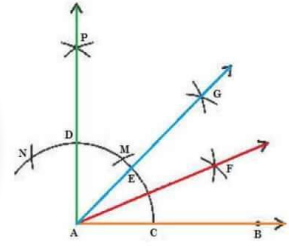
(iii) 15°

उत्तर 3:**(i) रचना के चरण**

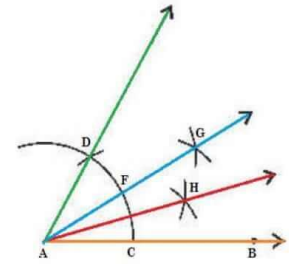
- प्रारंभिक बिंदु A से किरण AB बनाया।
- A को केन्द्र मानकर तथा कुछ त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो AB को C पर काटता है।
- C को केन्द्र मानकर तथा पहले वाली त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो पहले चाप को D पर काटता है।
- C और D को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या (CD के आधे से अधिक) लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु E पर प्रतिच्छेद करते हैं।
- बिंदु A से किरण AE बनाया। $\angle EAB$ ही 30° का अभीष्ट कोण है।

**(ii) रचना के चरण**

- प्रारंभिक बिंदु A से किरण AB बनाया।
- A को केन्द्र मानकर तथा कुछ त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो AB को C पर काटता है।
- C को केन्द्र मानकर तथा पहले वाली त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो पहले चाप को M पर काटता है।
- M को केन्द्र मानकर तथा पहले वाली त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो पहले चाप को N पर काटता है।
- M और N को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु P पर प्रतिच्छेद करते हैं।
- बिंदु A से किरण AP बनाया। जो पहले चाप को D पर काटता है।
- C और D को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या (CD के आधे से अधिक) लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु G पर प्रतिच्छेद करते हैं।
- बिंदु A से किरण AG बनाया। जो पहले चाप को E पर काटता है।
- C और E को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या (CE के आधे से अधिक) लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु F पर प्रतिच्छेद करते हैं।
- बिंदु A से किरण AF बनाया। $\angle FAB$ ही $22\frac{1}{2}^\circ$ का अभीष्ट कोण है।

**(iii) रचना के चरण**

- प्रारंभिक बिंदु A से किरण AB बनाया।
- A को केन्द्र मानकर तथा कुछ त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो AB को C पर काटता है।
- C को केन्द्र मानकर तथा पहले वाली त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो पहले चाप को D पर काटता है।
- C और D को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या (CD के आधे से अधिक) लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु G पर प्रतिच्छेद करते हैं।
- बिंदु A से किरण AG बनाया जो पहले चाप को F पर काटता है।
- C और F को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या (CF के आधे से अधिक) लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु H पर प्रतिच्छेद करते हैं।
- बिंदु A से किरण AH बनाया।
- $\angle HAB$ ही 15° का अभीष्ट कोण है।



निम्न कोणों की रचना कीजिए और चाँदे द्वारा मापकर पुष्टि कीजिए:

(i) 75°

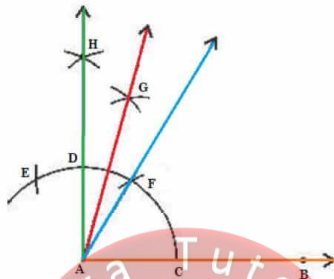
(ii) 105°

(iii) 135°

उत्तर 4:

(i) रचना के चरण

(i) प्रारंभिक बिंदु A से किरण AB बनाया।



(ii) A को केन्द्र मानकर तथा कुछ त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो AB को C पर काटता है।

(iii) C को केन्द्र मानकर तथा पहले वाली त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो पहले चाप को F पर काटता है।

(iv) F को केन्द्र मानकर तथा पहले वाली त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो पहले चाप को E पर काटता है।

(v) F और E को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या (EF के आधे से अधिक) लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु H पर प्रतिच्छेद करते हैं।

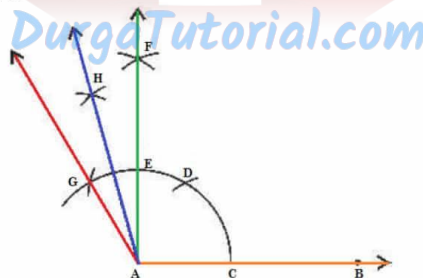
(vi) बिंदु A से किरण AH बनाया जो पहले चाप को D पर काटता है।

(vii) F और D को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या (FD के आधे से अधिक) लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु G पर प्रतिच्छेद करते हैं।

(viii) बिंदु A से किरण AG बनाया। $\angle GAB$ ही 75° का अभीष्ट कोण है।

(ii) रचना के चरण

(i) प्रारंभिक बिंदु A से किरण AB बनाया।



(ii) A को केन्द्र मानकर तथा कुछ त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो AB को C पर काटता है।

(iii) C को केन्द्र मानकर तथा पहले वाली त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो पहले चाप को D पर काटता है।

(iv) D को केन्द्र मानकर तथा पहले वाली त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो पहले चाप को G पर काटता है।

(v) D और G को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु F पर प्रतिच्छेद करते हैं।

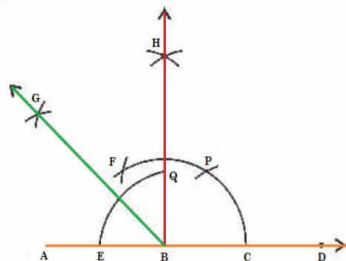
(vi) बिंदु A से किरण AF बनाया। जो पहले चाप को E पर काटता है।

(vii) E और G को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या (EG के आधे से अधिक) लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु H पर प्रतिच्छेद करते हैं।

(viii) बिंदु A से किरण AH बनाया। $\angle HAB$ ही 105° का अभीष्ट कोण है।

(iii) रचना के चरण

(i) प्रारंभिक बिंदु A से किरण AD बनाया।



(ii) B को केन्द्र मानकर तथा कुछ त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो AD को C पर काटता है।

(iii) C को केन्द्र मानकर तथा पहले वाली त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो पहले चाप को P पर काटता है।

(iv) P को केन्द्र मानकर तथा पहले वाली त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो पहले चाप को F पर काटता है।

(v) P और F को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या (PF के आधे से अधिक) लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु H पर प्रतिच्छेद करते हैं।

(vi) बिंदु B से किरण BH बनाया।

(vii) B को केन्द्र मानकर तथा कुछ त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो AB को E तथा BH को Q पर काटता है।

(viii) E और Q को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या (EQ के आधे से अधिक) लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु G पर प्रतिच्छेद करते हैं।

(ix) बिंदु B से किरण BG बनाया। $\angle GBD$ ही 135° का अभीष्ट कोण है।

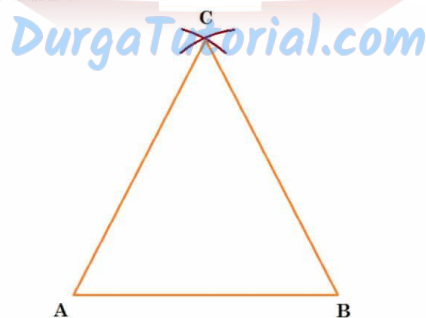
प्रश्न 5:

एक समबाहु त्रिभुज की रचना कीजिए, जब इसकी भुजा दी हो तथा कारण सहित रचना कीजिए।

उत्तर 5:

रचना के चरण

(i) दी गई लंबाई का एक रेखाखंड AB बनाया।



(ii) A और B को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या (AB के बराबर) लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु C पर प्रतिच्छेद करते हैं।

(iii) AC तथा BC को मिलाया। त्रिभुज ABC ही अभीष्ट त्रिभुज है।

रचना की पुष्टि

$\triangle ABC$ में,

$AB = BC$

[$\because$ रचना से]

$AC = BC$

[$\because$ रचना से]

अतः, $AB = BC = AC \Rightarrow$ त्रिभुज ABC एक समबाहु त्रिभुज है।

(कक्षा - 9)
प्रश्नावली 11.2

प्रश्न 1:

एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए, जिसमें $BC = 7 \text{ cm}$, $\angle B = 75^\circ$ और $AB + AC = 13 \text{ cm}$ हो।

उत्तर 1:

रचना के चरण

- (i) 7 cm लंबाई का एक रेखाखंड BC बनाया।
- (ii) बिंदु B पर अशांकित पट्टी (Ruler) तथा परकार की सहायता से 75° का कोण $\angle CBX$ बनाया।
- (iii) B को केन्द्र मानकर तथा 13 cm त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो AX को D पर काटता है।
- (iv) CD को मिलाया तथा CD का लंबसमद्विभाजक PQ बनाया, जो BD को बिंदु A पर काटता है।
- (v) AC को मिलाया।
- (vi) त्रिभुज ABC ही अभीष्ट त्रिभुज है।

रचना की पुष्टि: बिंदु A, DC के लंबसमद्विभाजक पर स्थित है।

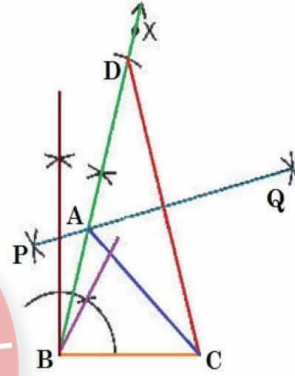
$$AD = AC$$

$$\text{यहाँ, } AB = BD - AD$$

$$\Rightarrow AB = BD - AC$$

$$\Rightarrow AB + AC = BD$$

$$[\because AD = AC]$$



प्रश्न 2:

एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए, जिसमें $BC = 8 \text{ cm}$, $\angle B = 45^\circ$ और $AB - AC = 3.5 \text{ cm}$ हो।

उत्तर 2:

रचना के चरण

- (i) 8 cm लंबाई का एक रेखाखंड BC बनाया।
- (ii) बिंदु B पर अशांकित पट्टी (Ruler) तथा परकार की सहायता से 45° का कोण $\angle CBX$ बनाया।
- (iii) B को केन्द्र मानकर तथा 3.5 cm त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो AX को D पर काटता है।
- (iv) CD को मिलाया तथा CD का लंबसमद्विभाजक MN बनाया, जो बढ़ाई गई भुजा BD को बिंदु A पर काटता है।
- (v) AC को मिलाया।
- (vi) त्रिभुज ABC ही अभीष्ट त्रिभुज है।

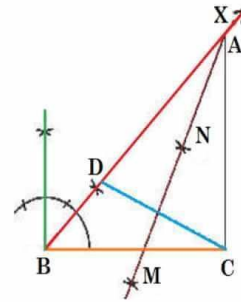
रचना की पुष्टि: बिंदु A, DC के लंबसमद्विभाजक पर स्थित है।

$$AD = AC$$

$$\text{यहाँ, } BD = AB - AD$$

$$\Rightarrow BD = AB - AC$$

$$[\because AD = AC]$$



प्रश्न 3:

एक त्रिभुज PQR की रचना कीजिए, जिसमें $QR = 6 \text{ cm}$, $\angle Q = 60^\circ$ और $PR - PQ = 2 \text{ cm}$ हो।

उत्तर 3:

रचना के चरण

- (i) 6 cm लंबाई का एक रेखाखंड QR बनाया।
- (ii) बिंदु Q पर अशांकित पट्टी (Ruler) तथा परकार की सहायता से 60° का कोण $\angle RQX$ बनाया। XQ को K तक बढ़ाया।
- (iii) Q को केन्द्र मानकर तथा 2 cm त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो QK को S पर काटता है।

(iv) SR को मिलाया तथा SR का लंबसमद्विभाजक MN बनाया, जो QX को बिंदु P पर काटता है।

(v) PR को मिलाया।

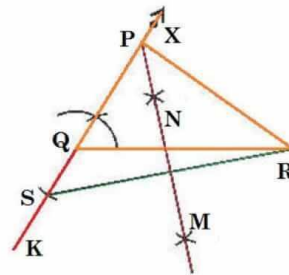
(vi) त्रिभुज PQR ही अभीष्ट त्रिभुज है।

रचना की पुष्टि: बिंदु P, SR के लंबसमद्विभाजक पर स्थित है।

$$PS = PR$$

$$\text{यहाँ, } QS = PS - PQ \Rightarrow QS = PR - AC$$

$$[\because PS = PR]$$



प्रश्न 4:

एक त्रिभुज XYZ की रचना कीजिए, जिसमें $\angle Y = 30^\circ$, $\angle Z = 90^\circ$ और $XY + YZ + ZX = 11 \text{ cm}$ हों।

उत्तर 4:

रचना के चरण

(i) 11 cm लंबाई का एक रेखाखंड AB बनाया।

(ii) बिंदु A पर अंशांकित पटरी (Ruler) तथा परकार की सहायता से 15° का कोण $\angle BAX$ और बिंदु B पर 45° का कोण $\angle ABX$ बनाया।

(iii) AX का लंबसमद्विभाजक MN बनाया, जो AB को बिंदु Y पर काटता है और BX का लंबसमद्विभाजक ST बनाया, जो AB को बिंदु Z पर काटता है।

(iv) XY और XZ को मिलाया।

(v) त्रिभुज XYZ ही अभीष्ट त्रिभुज है।

रचना की पुष्टि

बिंदु Y, AX के लंबसमद्विभाजक पर स्थित है।

$$AY = XY$$

बिंदु Z, BX के लंबसमद्विभाजक पर स्थित है।

$$BZ = ZX$$

$$\text{यहाँ, } AB = AY + YZ + ZB$$

$$\Rightarrow AB = XY + YZ + ZX$$

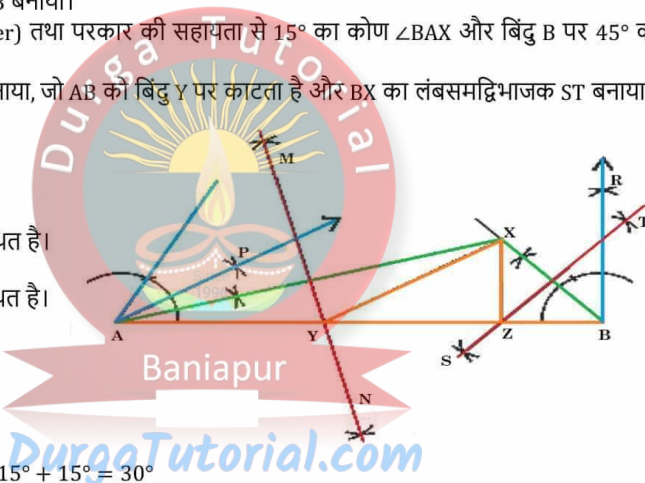
$$[\because AY = XY \text{ और } BZ = ZX]$$

$\angle XYZ$, त्रिभुज AXY का बाह्य कोण है।

$$\text{अतः, } \angle XYZ = \angle YXA + \angle YAX = 15^\circ + 15^\circ = 30^\circ$$

इसीप्रकार, $\angle XZY$, त्रिभुज BXZ का बाह्य कोण है।

$$\text{अतः, } \angle XZY = \angle ZXB + \angle ZBX = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$$



प्रश्न 5:

एक समकोण त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसका आधार 12 cm और कर्ण तथा अन्य भुजा का योग 18 cm है।

उत्तर 5:

रचना के चरण

(i) 12 cm लंबाई का एक रेखाखंड AB बनाया।

(ii) बिंदु A पर अंशांकित पटरी (Ruler) तथा परकार की सहायता से 90° का कोण $\angle BAX$ बनाया।

(iii) A को केन्द्र मानकर तथा 18 cm त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो AX को D पर काटता है।

(iv) BD को मिलाया तथा BD का लंबसमद्विभाजक MN बनाया, जो AD को बिंदु C पर काटता है।

(v) BC को मिलाया। त्रिभुज ABC ही अभीष्ट त्रिभुज है।

रचना की पुष्टि: बिंदु C, BD के लंबसमद्विभाजक पर स्थित है।

$$BC = CD$$

$$\text{यहाँ, } AD = AC + CD \Rightarrow AD = AC + BC$$

$$[\because BC = CD]$$

