# 12. हीरोन सूत्र

### प्रश्नावली 12.1

Q1. एक यातायात संकेत बोर्ड पर 'आगे स्कूल है' लिखा है और यह भुजा 'a' वाले एक समबाहु त्रिभुज के आकार का है। हीरोन के सूत्र का प्रयोग करके इस बोर्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। यदि संकेत बोर्ड का परिमाप 180 cm है, तो इसका क्षेत्रफल क्या होगा?

#### ER:

$$a = a, b = a, c = a$$

$$S = \frac{a+b+c}{2}$$

$$S = \frac{a+a+a}{2} = \frac{3a}{2}$$



हीरोन सूत्र से त्रिभुज का क्षेत्रफल =  $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ 

$$=\sqrt{\frac{3a}{2}\left(\frac{3a}{2}-a\right)\left(\frac{3a}{2}-a\right)\left(\frac{3a}{2}-a\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{3a}{2} \left(\frac{a}{2}\right) \left(\frac{a}{2}\right) \left(\frac{a}{2}\right)}$$

$$= \sqrt{3.\left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{a}{2}\right)} Durga Tutorial.com$$

Baniapur

$$= \sqrt{3.\left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{a}{2}\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \text{cm}^2$$

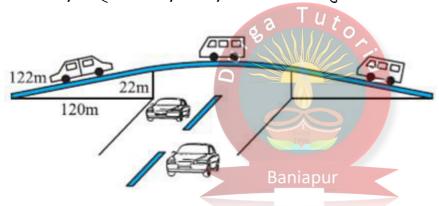
संकेत बोर्ड का परिमाप = 180 cm

या भुजा = 
$$\frac{47}{3}$$

या भुजा = 
$$\frac{180}{3}$$
 = 60 cm

समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल = 
$$\frac{\sqrt{3}}{4}$$
  $\alpha^2$  cm<sup>2</sup> =  $\frac{\sqrt{3}}{4}$   $60^2$  cm<sup>2</sup> =  $\frac{\sqrt{3}}{4}$   $60 \times 60$  cm<sup>2</sup> =  $\frac{900}{4}$   $\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup> Ans.

Q2. किसी फ्रलाईओवर (flyover) की त्रिभुजाकार दीवार को विज्ञापनों के लिए प्रयोग किया जाता है। दीवार की भुजाओं की लंबाइयाँ 122 m, 22 m और 120 m हैं (देखिए आकृति 12.9)। इस विज्ञापन से प्रति वर्ष 5000 रु प्रति  $m^2$  की प्राप्ति होती है। एक कम्पनी ने एक दीवार को विज्ञापन देने के लिए 3 महीने के लिए किराए पर लिया। उसने कुल कितना किराया दिया ?



हल : a = 122 m, b = 22 m और c = 120 m lutorial.com

$$S = \frac{a+b+c}{2}$$

$$s = \frac{122 + 22 + 120}{2} = \frac{164}{2} = 132 \text{ m}$$

हीरोन सूत्र से त्रिभुज का क्षेत्रफल =  $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ 

$$=\sqrt{132(132-122)(132-22)(132-120)}$$

$$=\sqrt{132(10)(110)(12)}$$

$$= \sqrt{132 \times 10 \times 110 \times 12}$$

$$= \sqrt{12 \times 11 \times 10 \times 11 \times 10 \times 12}$$

$$= \sqrt{12 \times 12 \times 10 \times 10 \times 11 \times 11}$$

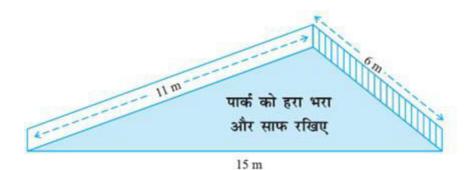
Baniapur

3 महीने का विज्ञापन किराया = 1320 × 5000 × 12

$$= 1320 \times 5000 \times \frac{1}{4}$$

= 1650000 रूपये Ans.

Q3. किसी पार्क में एक फिसल पट्टी (slide) बनी हुई है। इसकी पार्श्वीय दीवारों (side walls) में से एक दीवार पर किसी रंग से पेंट किया गया है और उस पर "पार्क को हरा-भरा और साफ रिखए" लिखा हुआ है। यदि इस दीवार की विमाएँ 15m, 11m और 6m हैं, तो रंग से पेंट हुए भाग का क्षेत्रफल ज्ञात की जिए।



#### हल :

$$S = \frac{a+b+c}{2}$$

$$S = \frac{15 + 11 + 6}{2} = \frac{32}{2} = 16 \text{ m}$$

हीरोन सूत्र से त्रिभुज का क्षेत्रफल =  $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ 

$$=\sqrt{16(16-15)(16-11)(16-6)}$$

$$=\sqrt{16(1)(5)(10)}$$

<u>Baniapur</u>

= 
$$\sqrt{4 \times 4 \times 1 \times 5 \times 5 \times 2}$$
 DurgaTutorial.com

$$= 20\sqrt{2} \text{ m}^2$$

अत: त्रिभुज का क्षेत्रफल =  $20\sqrt{2}$  m<sup>2</sup> Ans.

Q4. उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी दो भुजाएँ 18 cm और 10 cm हैं तथा उसका परिमाप 42 cm है।

$$a = 18 \text{ cm}, b = 10 \text{ cm}$$
 और  $c = ?$ 

$$a + b + c = 42$$

या 
$$18 + 10 + c = 42$$

या 
$$c = 42 - 28$$

$$S = \frac{a+b+c}{2}$$

$$S = \frac{42}{2} = 21 \text{ cm}$$

हीरोन सूत्र से त्रिभुज का क्षेत्रफल =  $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ 

$$=\sqrt{21(21-18)(21-10)(21-14)}$$

$$=\sqrt{21\times3\times11\times7}$$

$$=\sqrt{21\times21\times11}$$

= 21 
$$\sqrt{11}$$
 cm<sup>2</sup>

अत: त्रिभुज का क्षेत्रफल = 21 √11 cm² Ans.

Q5. एक त्रिभुज की भुजाओं का अनुपात 12: 17: 25 है और उसका परिमाप 540cm है। इस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

माना भुजाएँ 
$$a = 12x$$
,  $b = 17x$  और  $c = 25x$  है |

अत: 
$$a + b + c = 540$$
 cm

या 
$$12x + 17x + 25x = 540$$

या 
$$54x = 540$$

$$x = \frac{540}{54} = 10$$

अत: भुजाएँ a = 12 × 10 = 120 cm

$$b = 17 \times 10 = 170 \text{ cm}$$

$$S = \frac{a+b+c}{2}$$

$$s = \frac{540}{2} = 270 \text{ cm}$$

हीरोन सूत्र से त्रिभुज का क्षेत्रफल  $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ 

$$= \sqrt{270(270 - 120)(270 - 170)(270 - 250)}$$

$$=\sqrt{270(150)(100)(20)}$$

$$= \sqrt{270 \times 150 \times 100 \times 20}$$

Baniapur

$$= \sqrt{3 \times 3 \times 30 \times 30 \times 5 \times 10 \times 10 \times 4 \times 5}$$

$$=\sqrt{3\times3\times30\times30\times5\times5\times10\times10\times2\times2}$$

$$= 3 \times 30 \times 5 \times 10 \times 2$$

Q6. एक समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाप 30 cm है और उसकी बराबर भुजाएँ 12 cm लम्बाई की हैं। इस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

दिया है : 
$$a = 12$$
 cm,  $b = 12$  cm और  $c = ?$ 

अत: 
$$a + b + c = 30$$
 cm

या 
$$12 + 12 + c = 30$$
 cm

या 
$$c = 30 - 24 \text{ cm}$$

या c = 6 cm

$$S = \frac{a+b+c}{2}$$

$$S = \frac{30}{2} = 15 \text{ cm}$$

हीरोन सूत्र से त्रिभुज का क्षेत्रफल =  $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ 

$$=\sqrt{15(15-12)(15-12)(15-6)}$$

$$=\sqrt{15(3)(3)(9)}$$

$$= \sqrt{5 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$$

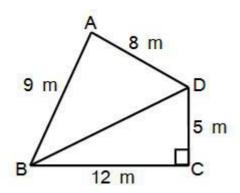
= 
$$9\sqrt{15}$$
 cm<sup>2</sup> Ans.

अत: त्रिभुज का क्षेत्रफल =  $9\sqrt{15}$  cm<sup>2</sup> Ans.

## प्रश्नावली 12.2

DurgaTutorial.com

Q1. एक पार्क चतुर्भुज ABCD के आकार का है, जिसमें ∠C = 90°, AB = 9 m, BC = 12 m, CD = 5 m और AD = 8 m है। इस पार्क का कितना क्षेत्रफल है?



ह**ल** :

समकोण ∆ BCD में.

पाईथागोरस प्रमेय से -

$$BD^2 = CD^2 + BC^2$$

अब, 
$$BD^2 = 5^2 + 12^2$$

$$\Delta$$
 BCD का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2}$  × आधार × लंब  
=  $\frac{1}{2}$  × 12 × 5  
= 6 × 5  
= 30 m<sup>2</sup>

∆ ABD में.

∆ ABD में,

AB = 9 m, BD = 13 m और AD = 8 m

$$S = \frac{a+b+c}{2}$$
Baniapur
DurgaTutorial.com

$$s = \frac{9+13+8}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ m}$$

हीरोन सूत्र से त्रिभुज का क्षेत्रफल =  $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ 

$$=\sqrt{15(15-9)(15-13)(15-8)}$$

$$=\sqrt{15(6)(2)(7)}$$

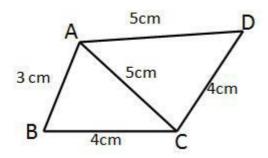
$$=\sqrt{5\times3\times3\times2\times2\times7}$$

$$= 6\sqrt{35} = 6 \times 5.91 \text{ m}^2 = 35.04 \text{ m}^2$$

अतः पार्क के आकार के चतुर्भुज का क्षेत्रफल = 30 m² + 35.04 m²

$$= 65.04 \text{ m}^2$$

Q2. एक चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसमें AB = 3 cm, BC = 4 cm, CD = 4 cm, DA = 5 cm और AC = 5 cm है।



#### हल:

ΔABC में,

$$S = \frac{a+b+c}{2}$$

$$s = \frac{3+4+5}{2} = \frac{12}{2} = 6$$
 cm

हीरोन सूत्र से त्रिभुज का क्षेत्रफल =  $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ 

= 
$$\sqrt{6(6-3)(6-4)(6-5)}$$
urgaTutorial.com

$$=\sqrt{6(3)(2)(1)}$$

$$= 6 \text{ cm}^2$$

अब ∆ACD में,

$$S = \frac{a+b+c}{2}$$

$$s = \frac{5+4+5}{2} = \frac{14}{2} = 7 \text{ cm}$$

## हीरोन सूत्र से त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$$=\sqrt{7(7-5)(7-4)(7-5)}$$

$$=\sqrt{7(2)(3)(2)}$$

$$= 2\sqrt{21} \text{ cm}^2$$

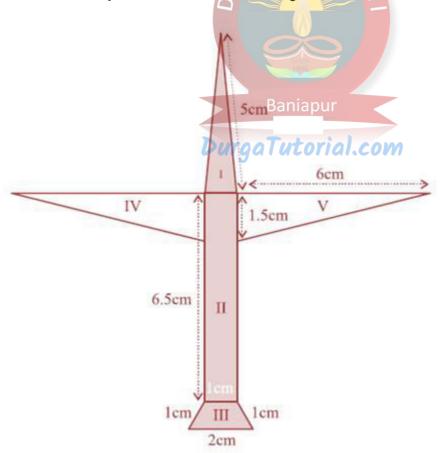
$$= 2 \times 4.583$$
 cm<sup>2</sup>

 $= 9.166 \text{ cm}^2$ 

अत: चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल =  $\Delta ABC$  का क्षेत्रफल +  $\Delta ACD$  का क्षेत्रफल

$$= 7 \text{ cm}^2 + 9.166 \text{ cm}^2 = 15.2 \text{ cm}^2 \text{ (Aprox)}$$

Q3. राधा ने एक रंगीन कागज से एक हवाईजहाज का चित्र बनाया, जैसा कि आकृति 12.15 में दिखाया गया है। प्रयोग किए गए कागज का कुल क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



## भाग-। एक समद्विबाहु त्रिभुज है |

अत: a = 5 cm, b = 5 cm और c = 1 cm

$$S = \frac{a+b+c}{2}$$

$$S = \frac{5+5+1}{2} = \frac{11}{2} = 5.5 \text{ cm}$$

हीरोन सूत्र से त्रिभुज का क्षेत्रफल =  $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ 

= 
$$\sqrt{5.5(5.5-5)(5.5-5)(5.5-1)}$$

$$= \sqrt{5.5 \times 0.5 \times 0.5 \times 4.5}$$

$$=\sqrt{6.1875}=2.49\,\mathrm{cm}^2$$

भाग-॥ का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

$$= 6.5 \times 1 = 6.5 \text{ cm}^2$$

Baniapur

DurgaTutorial.com

### भाग-॥ में,

समलंब की ऊंचाई = 
$$\sqrt{1^2 + 0.5^2}$$
  
=  $\sqrt{1 + 0.25}$   
=  $\sqrt{1.25}$  = 1.12 cm

अत: h = 1.12 cm, a = 1 cm, b = 2 cm

समलंब का क्षेत्रफल = 
$$\frac{1}{2}$$
 × (a + b) × h
$$= \frac{1}{2}$$
 × (1 + 2) × 1.12
$$= 0.56 \times 3$$

$$= 0.56 \times 3$$

$$= 1.68 \text{ cm}^2$$

भाग-IV का क्षेत्रफल = 
$$\frac{1}{2} \times b \times h$$

DurgaTutorial.com

=  $\frac{1}{2} \times 6 \times 1.5$ 

=  $3 \times 1.5$ 

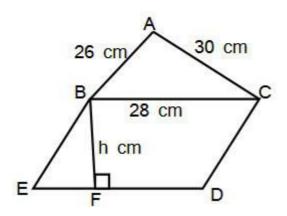
 $= 4.5 \text{ cm}^2$ 

भाग-V का क्षेत्रफल = 4.5 cm<sup>2</sup>

हवाई जहाज का क्षेत्रफल =  $2.49 \text{ cm}^2 + 6.5 \text{ cm}^2 + 1.68 \text{ cm}^2 + 4.5 \text{ cm}^2 + 4.5 \text{ cm}^2$ =  $19.67 \text{ cm}^2$ 

अतः हवाई जहाज का क्षेत्रफल 19.67 cm² है।

Q4. एक त्रिभुज और एक समांतर चतुर्भुज का एक ही आधर है और क्षेत्रफल भी एक ही है। यदि त्रिभुज की भुजाएँ 26 cm, 28 cm और 30 cm हैं तथा समांतर चतुर्भुज 28 cm के आधर पर स्थित है, तो उसकी संगत ऊँचाई ज्ञात कीजिए।



∆ABC में,

$$S = \frac{a+b+c}{2}$$

$$s = \frac{26 + 28 + 30}{2} = \frac{84}{2} = 42 \text{ cm}$$

हीरोन सूत्र से त्रिभुज का क्षेत्रफल =  $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ Durgal utorial.com

$$=\sqrt{42(42-26)(42-28)(42-30)}$$

$$= \sqrt{42 \times 16 \times 14 \times 12}$$

$$=\sqrt{14\times3\times4\times4\times14\times4\times3}$$

= 
$$\sqrt{14 \times 14 \times 4 \times 4 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3}$$

$$= 14 \times 4 \times 2 \times 3 = 336 \text{ cm}^2$$

अब चूँकि समांतर चतुर्भुज BCDE का क्षेत्रफल  $\Delta ABC$  के बराबर है ।

अत: समांतर चतुर्भुज BCDE का क्षेत्रफल = 336 cm²

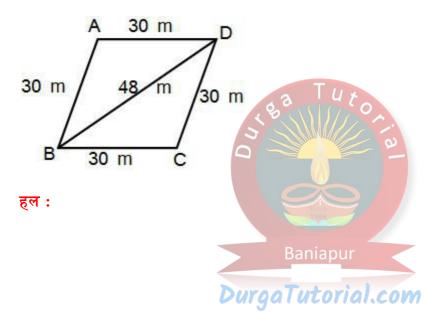
या 
$$b \times h = 336 \text{ cm}^2$$

या 
$$28 \times h = 336 \text{ cm}^2$$

या 
$$h = \frac{336}{28}$$
 cm

अतः समलंब की ऊँचाई = 12 cm है ।

Q5. एक समचतुर्भुजाकार घास के खेत में 18 गायों के चरने के लिए घास है। यदि इस समचतुर्भुज की प्रत्येक भुजा 30~m है और बड़ा विकर्ण 48m है, तो प्रत्येक गाय को चरने के लिए इस घास के खेत का कितना क्षेत्रफल प्राप्त होगा?



∆ABD में,

a = 30 m, b = 30 m, c = 48 m

$$S = \frac{a+b+c}{2}$$

$$s = \frac{30 + 30 + 48}{2} = \frac{108}{2} = 54 \text{ m}$$

हीरोन सूत्र से त्रिभुज का क्षेत्रफल =  $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ 

$$=\sqrt{54(54-30)(54-30)(54-48)}$$

$$=\sqrt{54(24)(24)(6)}$$

$$=\sqrt{9\times6\times24\times24\times6}$$

$$= 3 \times 6 \times 24 \text{ m}^2$$

$$= 432 \text{ m}^2$$



$$= 2 \times 432 \text{ m}^2 = 864 \text{ m}^2$$

तो प्रत्येक गाय को चरने के लिए क्षेत्र =  $\frac{864}{18}$  m<sup>2</sup>

$$= 48 \text{ m}^2$$

अत प्रत्येक गाय को चरने के लिए क्षेत्रफल 48 m2 है।

Q6. दो विभिन्न रंगों के कपड़ों के 10 त्रिभुजाकार टुकड़ों को सीकर एक छाता बनाया गया है (देखिए आकृति 12.16)। प्रत्येक टुकड़े के माप 20 cm, 50 cm और 50 cm हैं। छाते में प्रत्येक रंग का कितना कपड़ा लगा है?



#### हल:

$$S = \frac{a+b+c}{2}$$

$$S = \frac{20 + 50 + 50}{2} = \frac{120}{2} = 60 \text{ cm}$$

हीरोन सूत्र से त्रिभुज का क्षेत्रफल =  $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ 

$$= \sqrt{60(60-20)(60-50)(60-50)}$$
Burgal utorial.com

$$= \sqrt{60(40)(10)(10)}$$

$$=\sqrt{10\times6\times10\times4\times10\times10}$$

= 200 
$$\sqrt{6}$$
 cm<sup>2</sup>

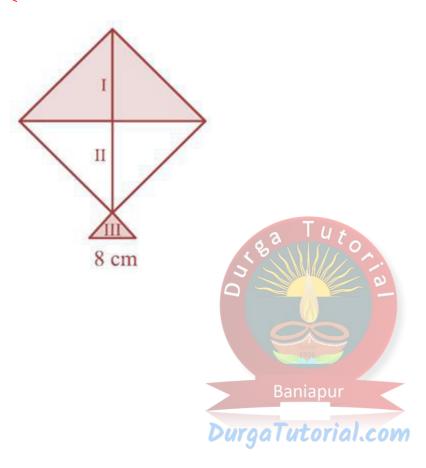
चूँकि प्रत्येक त्रिभुजाकार टुकड़ा का क्षेत्रफल = 200 √6 cm²

कुल 10 टुकड़ों में से प्रत्येक रंग का 5 टुकड़ा है।

इसलिए प्रत्येक रंग के लिए कपड़ा कस क्षेत्रफल =  $5 \times 200 \sqrt{6} \text{ cm}^2$ 

$$= 1000\sqrt{6} \text{ cm}^2$$

Q7. एक पतंग तीन भिन्न-भिन्न शेडों (shades) के कागजों से बनी है। इन्हें आकृति 12.17 में I, II और III से दर्शाया गया है। पतंग का ऊपरी भाग 32 cm विकर्ण का एक वर्ग है और निचला भाग 6 cm, 6 cm और 8 cm भुजाओं का एक समद्विबाहु त्रिभुज है। ज्ञात कीजिए कि प्रत्येक शेड का कितना कागज प्रयुक्त किया गया है।



पतंग के भाग । का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2} \times b \times h$ 

$$=\frac{1}{2} \times 32 \times 16$$

$$= 16 \times 16$$

अत: भाग II का क्षेत्रफल = 256 cm<sup>2</sup>

भाग ॥ में,

a = 6 cm, b = 6 cm और c = 8 cm

$$S = \frac{a+b+c}{2}$$

$$s = \frac{6+6+8}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm}$$

हीरोन सूत्र से त्रिभुज का क्षेत्रफल =  $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ 

$$=\sqrt{10(10-6)(10-6)(10+8)}$$
aTutorial.com

$$=\sqrt{10(4)(4)(2)}$$

= 
$$8\sqrt{5}$$
 cm<sup>2</sup>

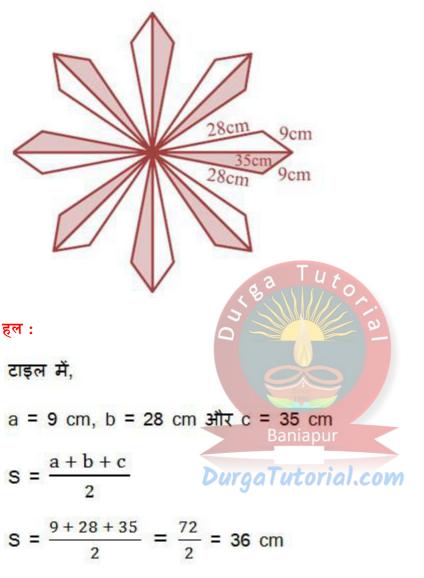
$$= 8 \times 2.24$$

भाग I का क्षे $\circ = 256 \text{ cm}^2$ 

भाग II का क्षे
$$\circ = 256 \text{ cm}^2$$

भाग III का क्षे $\circ = 17.92 \text{ cm}^2$ 

Q8. फर्श पर एक फूलों का डिज़ाइन 16 त्रिभुजाकार टाइलों से बनाया गया है, जिनमें से प्रत्येक की भुजाएँ 9 cm, 28 cm और 35 cm हैं (देखिए आकृति 12.18)। इन टाइलों को 50 पैसे प्रति cm² की दर से पालिश कराने का व्यय ज्ञात कीजिए।



हीरोन सूत्र से त्रिभुज का क्षेत्रफल =  $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ 

$$= \sqrt{36(36-9)(36-28)(36-35)}$$

$$=\sqrt{36(27)(8)(1)}$$

$$= 36\sqrt{6}$$

$$= 36 \times 2.45 = 88.2 \text{ cm}^2$$

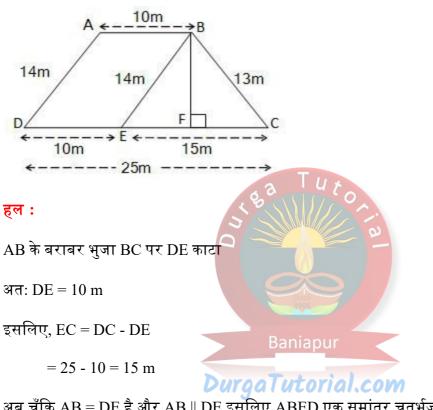
अत: इन सभी 16 टाइल्स का क्षेत्रफल =  $88.2 \times 16$ 

 $= 1411.2 \text{ cm}^2$ 

टाइलों पर पॉलिश कराने का खर्च =  $1411.2 \times 0.50$ 

= 705.60 रुपये।

### Q9. एक खेत समलंब के आकार का है जिसकी समांतर भुजाएँ 25 m और 10 m हैं। इसकी असमांतर भुजाएँ 14 m और 13 m हैं। इस खेत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



अब चूँकि AB = DE है और  $AB \parallel DE$  इसलिए ABED एक समांतर चतुर्भुज है |

अत: AD = BE = 14 m

DBCE में,

a = 14 m, b = 15 m और c = 13 m

$$S = \frac{a+b+c}{2}$$

$$s = \frac{14+15+13}{2} = \frac{42}{2} = 21 \text{ m}$$

हीरोन सूत्र से त्रिभुज का क्षेत्रफल =  $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ 

$$=\sqrt{21(21-14)(21-15)(21-13)}$$

$$=\sqrt{21\times7\times6\times8}$$

$$= \sqrt{7 \times 3 \times 7 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}$$

 $= \sqrt{7 \times 7 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}$ 

 $= 7 \times 3 \times 2 \times 2$ 



$$= 84 \text{ m}^2$$

क्षेत्रफल (∆BCE) = 84 m<sup>2</sup>

या 
$$\frac{1}{2}$$
 × b × h = 84 m<sup>2</sup>

या 
$$\frac{1}{2} \times 15 \times h = 84 \text{ m}^2$$

या 
$$h = 84 \times \frac{2}{15}$$

या 
$$h = \frac{168}{15} = 11.2 \text{ m}$$

समांतर भुजाओं का योग (a + b) = (10 + 25) = 35 m

ঠचाई h = 11.2 m

अब समलंब ABCD का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2} \times (a + b) \times h$ 

$$= \frac{1}{2} \times 35 \times 11.2$$
 Baniapur