

13. पृष्ठीय क्षेत्रफल एवं आयतन

प्रश्नावली 13.1

Q1. 1.5 m लंबा, 1.25 m चौड़ा और 65 cm गहरा प्लास्टिक का एक डिब्बा बनाया जाना है। इसे ऊपर से खुला रखना है। प्लास्टिक शीट की मोटाई को नगण्य मानते हुए, निर्धारित कीजिए:

(i) डिब्बा बनाने के लिए आवश्यक प्लास्टिक शीट का क्षेत्रफल।

(ii) इस शीट का मूल्य, यदि 1 m² शीट का मूल्य 20 रुपए है।

Solution:

प्लास्टिक के डिब्बे की लंबाई (l) = 1.5 m

चौड़ाई (d) = 1.25 m

ऊँचाई (h) = 65 cm = 0.65 m

आवश्यक प्लास्टिक शीट का क्षेत्रफल = $2h(l + b) + lb$

$$= 2 \times 0.65(1.5 + 1.25) + 1.5 \times 1.25$$

$$= 1.30(2.75) + 1.875$$

$$= 3.575 + 1.875$$

$$= 5.45 \text{ m}^2$$

शीट का मूल्य = 20×5.45

$$= 108.00 \text{ रुपये}$$

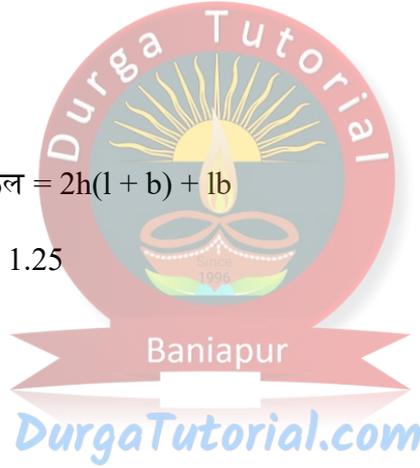
Q2. एक कमरे की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 5 m, 4 m और 3 m हैं। 7.50 रुपए प्रति m² की दर से इस कमरे की दीवारों और छत पर सफेदी कराने का व्यय ज्ञात कीजिए।

Solution:

कमरे की लंबाई (l) = 5 m

चौड़ाई (b) = 4 m

ऊँचाई (h) = 3 m



$$\text{कमरे की दीवारों और छत का क्षेत्रफल} = 2h(l + b) + lb$$

$$= 2 \times 3 (5 + 4) + 5 \times 4$$

$$= 6 \times 9 + 20$$

$$= 54 + 20$$

$$= 74 \text{ m}^2$$

$$\text{सफेदी कराने का व्यय} = 74 \times 7.50 = 555 \text{ रुपये |}$$

Q3. किसी आयताकार हॉल के फर्श का परिमाण 250 m है। यदि 10 रुपए प्रति m² की दर से चारों दीवारों पर पेंट कराने की लागत 15000 रुपए है, तो इस हॉल की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

[संकेत: चारों दीवारों का क्षेत्रफल = पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल]

Solution:

$$\text{आयताकार हॉल के फर्श का परिमाण} = 250 \text{ m}$$

$$\text{पेंट करने की दर} = 10 \text{ रुपए प्रति m}^2$$

$$\text{पेंट कराने की लागत} = 15000 \text{ रुपये |}$$

हम जानते हैं कि;

$$\text{क्षेत्रफल} \times \text{दर} = \text{लागत}$$

$$\text{क्षेत्रफल} \times 10 = 15000$$

$$\therefore \text{क्षेत्रफल} = \frac{15000}{10} = 1500 \text{ m}^2$$

$$\text{अतः धनाभ का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 1500 \text{ m}^2$$

$$\text{अब, } 2(l + b) \times h = \text{धनाभ का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल}$$

$$\text{या, आधार का परिमाण} \times \text{ऊँचाई} = \text{धनाभ का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल}$$

$$250 \times h = 1500$$

$$h = \frac{1500}{250} = 6 \text{ m}$$



अतः हॉल की ऊँचाई = 6 m

Q4. किसी डिब्बे में भरा हुआ पेंट 9.375 m² के क्षेत्रफल पर पेंट करने के लिए पर्याप्त है। इस डिब्बे के पेंट से 22.5 cm × 10 cm × 7.5 cm विमाओं वाली कितनी ईंट पेंट की जा सकती हैं ?

Solution:

ईंट की लम्बाई (l) = 22.5 cm

चौड़ाई (b) = 10 cm

ऊँचाई (h) = 7.5 cm

ईंट का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2 (lb + bh + lh)

$$= 2(22.5 \times 10 + 10 \times 7.5 + 22.5 \times 7.5)$$

$$= 2(225 + 75 + 168.75)$$

$$= 2 \times 468.75 = 937.5 \text{ cm}^2$$

या मीटर में, $\frac{937.5}{100 \times 100} \text{ m}^2$

ईंटों की संख्या = $\frac{\text{पेंट का क्षेत्रफल Baniapur}}{\text{एक ईंट का क्षेत्रफल}}$

$$= \frac{9.375}{\frac{937.5}{100 \times 100}}$$

$$= \frac{9.375}{937.5} \times 100 \times 100$$

$$= 100 \text{ ईंट}$$

Q5. एक घनाकार डिब्बे का एक किनारा 10 cm लंबाई का है तथा एक अन्य घनाभाकार डिब्बे की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 12.5 cm, 10 cm और 8 cm हैं।

(i) किस डिब्बे का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल अधिक है और कितना अधिक है?

(ii) किस डिब्बे का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल कम है और कितना कम है?

Solution:

(i) घनाकार डिब्बे के एक किनारे की लंबाई (l) = 10 cm

$$\text{घनाकार डिब्बे का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 4(\text{किनारा})^2$$

$$= 4(10)^2$$

$$= 4 \times 100 = 400 \text{ cm}^2$$

धनाभाकार डिब्बे में,

$$l = 12.5 \text{ cm}, b = 10 \text{ cm}, h = 8 \text{ cm}$$

$$\text{धनाभाकार डिब्बे का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 2h(l + b)$$

$$= 2 \times 8(12.5 + 10)$$

$$= 16 \times 22.5$$

$$= 360 \text{ cm}^2$$

चूँकि धनाकार डिब्बे का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल अधिक है।

इसलिए,

$$400 \text{ cm}^2 - 360 \text{ cm}^2 = 40 \text{ cm}^2$$

(ii) घनाकार डिब्बे का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल 40 cm^2 अधिक है।

$$\text{धनाकार डिब्बे का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 6a^2$$

$$= 6(10)^2$$

$$= 6 \times 100 = 600 \text{ cm}^2$$

$$\text{घनाभाकार डिब्बे का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 2(lb + bh + lh)$$

$$= 2(12.5 \times 10 + 10 \times 8 + 12.5 \times 8)$$

$$= 2(125 + 80 + 100)$$

$$= 2 \times 305$$

$$= 610 \text{ cm}^2$$

$$\text{अब, } 610 \text{ cm}^2 - 600 \text{ cm}^2 = 10 \text{ cm}^2$$



अतः धनाकार डिब्बे का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 10 cm^2 कम है।

Q6. एक छोटा पौध घर (green house) सम्पूर्ण रूप से शीशे की पट्टियों से (आधर भी सम्मिलित है) घर के अंदर ही बनाया गया है और शीशे की पट्टियों को टेप द्वारा चिपका कर रोका गया है। यह पौधा घर 30 cm लंबा, 25 cm चौड़ा और 25 cm ऊँचा है।

(i) इसमें प्रयुक्त शीशे की पट्टियों का क्षेत्रफल क्या है?

(ii) सभी 12 किनारों के लिए कितने टेप की आवश्यकता है?

Solution:

पौध घर की लंबाई (l) = 30 cm

चौड़ाई (b) = 25 cm

ऊँचाई (h) = 25 cm

प्रयुक्त शीशे की पट्टियों का क्षेत्रफल = $2(lb + bh + lh)$

$$= 2(30 \times 25 + 25 \times 25 + 30 \times 25)$$

$$= 2(750 + 625 + 750)$$

$$= 2 \times 2125 \text{ cm}^2$$

$$= 4250 \text{ cm}^2$$

12 किनारों के लिए टेप की लंबाई = $4(l + b + h)$

$$= 4(30 + 25 + 25)$$

$$= 4 \times 80 \text{ cm}$$

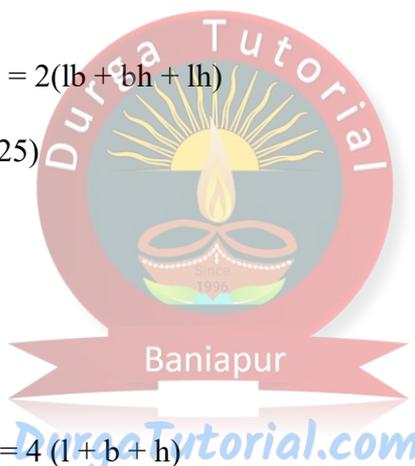
$$= 320 \text{ cm}$$

Q7. शांति स्वीट स्टाल अपनी मिठाइयों को पैक करने के लिए गत्ते के डिब्बे बनाने का ऑर्डर दे रहा था। दो मापों के डिब्बों की आवश्यकता थी। बड़े डिब्बों की माप $25 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$ और छोटे डिब्बों की माप $15 \text{ cm} \times 12 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$ थीं। सभी प्रकार की अतिव्यापिकता (overlaps) के लिए कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल के 5% के बराबर अतिरिक्त गत्ता लगेगा। यदि गत्ते की लागत 4 रुपए प्रति 1000 cm^2 है, तो प्रत्येक प्रकार के 250 डिब्बे बनवाने की कितनी लागत आएगी?

Solution:

बड़े डिब्बे में,

$$l = 25 \text{ cm}, b = 20 \text{ cm}, h = 5 \text{ cm}$$



$$\text{बड़े डिब्बे की कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 2(lb + bh + lh)$$

$$= 2(25 \times 20 + 20 \times 5 + 25 \times 5)$$

$$= 2(500 + 100 + 125)$$

$$= 2 \times 725 \text{ cm}^2$$

$$= 1450 \text{ cm}^2$$

छोटे डिब्बे में,

$$l = 15 \text{ cm}, b = 12 \text{ cm}, h = 5 \text{ cm}$$

$$\text{डिब्बे डिब्बे की कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 2(lb + bh + lh)$$

$$= 2(15 \times 12 + 12 \times 5 + 15 \times 5)$$

$$= 2(180 + 60 + 75)$$

$$= 2 \times 315 \text{ cm}^2$$

$$= 630 \text{ cm}^2$$

$$\text{दोनों डिब्बों का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 1450 \text{ cm}^2 + 630 \text{ cm}^2$$

$$= 2080 \text{ cm}^2$$

$$\text{दोनों प्रकार के कुल 250 डिब्बों के कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 250 \times 2080 \text{ cm}^2$$

$$= 520000 \text{ cm}^2$$

$$\text{कुल गत्तों में अतिव्यापिकता (overlaps)} = 520000 \text{ का } 5\%$$

$$= 520000 \times 5/100 \text{ cm}^2$$

$$= 26000 \text{ cm}^2$$

$$\text{खरीदा गया कुल गत्तों का क्षेत्रफल} = 520000 \text{ cm}^2 + 26000 \text{ cm}^2$$

$$= 546000 \text{ cm}^2$$

$$4 \text{ रुपए प्रति } 1000 \text{ cm}^2 \text{ की दर से लागत} = 546000 \times 4/1000$$

$$= 2184 \text{ रुपये |}$$

Q8. परवीन अपनी कार खड़ी करने के लिए, एक संदूक के प्रकार के ढाँचे जैसा एक अस्थायी स्थान तिरपाल की सहायता से बनाना चाहती है, जो कार को चारों ओर से और ऊपर से ढक ले (सामने वाला फलक लटका हुआ होगा जिसे घुमाकर ऊपर किया जा सकता है)। यह मानते हुए कि सिलाई के समय लगा तिरपाल का अतिरिक्त कपड़ा नगण्य होगा, आधार विमाओं 4 मीटर × 3 मीटर और ऊँचाई 2.5 मीटर वाले इस ढाँचे को बनाने के लिए कितने तिरपाल की आवश्यकता होगी?

Solution:

$$\text{ढाँचे की लंबाई (l)} = 4 \text{ m}$$

$$\text{चौड़ाई (b)} = 3 \text{ m}$$

$$\text{ऊँचाई (h)} = 2.5 \text{ m}$$

$$\text{तिरपाल के ढाँचे का क्षेत्रफल} = 2h(l + b) + lb$$

$$= 2 \times 2.5 (4 + 3) + 4 \times 3$$

$$= 5 \times 7 + 12$$

$$= 35 + 12$$

$$= 47 \text{ m}^2$$



गणित

(अध्याय - 13) (पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन)

(कक्षा - 9)

प्रश्नावली 13.2

प्रश्न 1:

ऊँचाई 14 cm वाले एक लम्ब वृतीय बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 88 cm^2 है। बेलन के आधार का व्यास ज्ञात कीजिए।

उत्तर 1:

बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 88 cm^2 और ऊँचाई $h = 14 \text{ cm}$ है।

माना, बेलन के आधार की त्रिज्या = $r \text{ cm}$

बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi rh$

$$\Rightarrow 88 = 2 \times \frac{22}{7} \times r \times 14 \quad \Rightarrow 88 = 88r \quad \Rightarrow r = 1 \text{ cm}$$

अतः, बेलन के आधार का व्यास = $2r = 2 \times 1 = 2 \text{ cm}$ है।

प्रश्न 2:

धातु की एक चादर से 1 m ऊँची और 140 cm व्यास के आधार वाली एक बंद बेलनाकार टंकी बनाई जानी है। इस कार्य के लिए कितने वर्ग मीटर चादर की आवश्यकता होगी?

उत्तर 2:

बेलन के आधार की त्रिज्या $r = 140/2 = 70 \text{ cm} = 0.7 \text{ m}$ और ऊँचाई $h = 1 \text{ m}$ है।

बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r(r + h)$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.7(0.7 + 1) = 4.4 \times 1.7 = 7.48 \text{ m}^2$$

अतः, टंकी के लिए 7.48 वर्ग मीटर चादर की आवश्यकता होगी।

प्रश्न 3:

धातु का एक पाइप 77 cm लम्बा है। इसके एक अनुप्रस्थकाट का आंतरिक व्यास 4 cm है और बाहरी व्यास 4.4 cm है (देखिए आकृति)। ज्ञात कीजिए: (i) आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल (ii) बाहरी वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल (iii) कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल

उत्तर 3:

(i) पाइप की आंतरिक त्रिज्या $r = 4/2 = 2 \text{ cm}$ और ऊँचाई $h = 77 \text{ m}$ है।

पाइप का आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi rh$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2 \times 77 = 2 \times 22 \times 2 \times 11 = 968 \text{ cm}^2$$

अतः, पाइप का आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 968 cm^2 है।

(ii) पाइप की बाहरी त्रिज्या $R = 4.4/2 = 2.2 \text{ cm}$ और ऊँचाई $h = 77 \text{ m}$ है।

पाइप का बाहरी वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi Rh$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2.2 \times 77 = 2 \times 22 \times 2.2 \times 11 = 1064.80 \text{ cm}^2$$

अतः, पाइप का बाहरी वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 1064.80 cm^2 है।

(iii) पाइप की आंतरिक त्रिज्या $r = 2 \text{ cm}$, बाहरी त्रिज्या $R = 2.2 \text{ cm}$ और ऊँचाई $h = 77 \text{ m}$ है।

पाइप के ऊपरी वलय का क्षेत्रफल = $\pi(R^2 - r^2)$

$$= \frac{22}{7} \times (2.2^2 - 2^2) = \frac{22}{7} \times (4.84 - 4) = 22 \times 0.12 = 2.64 \text{ cm}^2$$

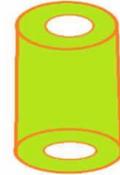
पाइप के निचले वलय का क्षेत्रफल = 2.64 cm^2

पाइप का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल

= आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल + बाहरी वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल + ऊपरी वलय का क्षेत्रफल + निचले वलय का क्षेत्रफल

$$= 968 + 1064.80 + 2.64 + 2.64 = 2038.08 \text{ cm}^2$$

अतः, पाइप का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 2038.08 cm^2 है।



प्रश्न 4:

एक रोलर (Roller) का व्यास 84 cm है और लंबाई 120 cm है। एक खेल के मैदान को एक बार समतल करने के लिए 500 चक्कर लगाने पड़ते हैं। खेल के मैदान का m^2 में क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर 4:

रोलर की त्रिज्या $r = 84/2 = 42 \text{ cm} = 0.42 \text{ m}$ और लंबाई $h = 120 \text{ cm} = 1.2 \text{ m}$ है।
रोलर का बाहरी वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.42 \times 1.2 = 2 \times 22 \times 0.06 \times 1.2 = 3.168 \text{ m}^2$$

रोलर के एक चक्कर से समतल मैदान का क्षेत्रफल $= 3.168 \text{ m}^2$

अतः, रोलर के 500 चक्कर से समतल मैदान का क्षेत्रफल $= 500 \times 3.168 = 1584 \text{ m}^2$

अतः, खेल के मैदान का क्षेत्रफल 1584 m^2 है।

प्रश्न 5:

किसी बेलनाकार स्तंभ का व्यास 50 cm है और ऊँचाई 3.5 m है। ₹12.50 प्रति m^2 की दर से इस स्तंभ के वक्र पृष्ठ पर पेंट कराने का व्यय ज्ञात कीजिए।

उत्तर 5:

स्तंभ की त्रिज्या $r = 50/2 = 25 \text{ cm} = 0.25 \text{ m}$ और ऊँचाई $h = 3.5 \text{ m}$ है।

स्तंभ का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.25 \times 3.5 = 2 \times 22 \times 0.25 \times 0.5 = 5.5 \text{ m}^2$$

1 m^2 पेंट कराने का व्यय = ₹ 12.50, इसलिए, 5.5 m^2 पेंट कराने का व्यय = ₹ $12.50 \times 5.5 = ₹ 68.75$

अतः, स्तंभ के वक्र पृष्ठ पर पेंट कराने का व्यय ₹ 68.75 है।

प्रश्न 6:

एक लंब वृत्तीय बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 4.4 m^2 है। यदि बेलन के आधार की त्रिज्या 0.7 m है, तो उसकी ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

उत्तर 6:

बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 4.4 m^2 और त्रिज्या $r = 0.7 \text{ m}$ है।

माना, बेलन की ऊँचाई $= h \text{ m}$

बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

$$\Rightarrow 4.4 = 2 \times \frac{22}{7} \times 0.7 \times h \Rightarrow 4.4 = 4.4h \Rightarrow h = 1 \text{ m}$$

अतः, बेलन की ऊँचाई $= 1 \text{ m}$ है।

प्रश्न 7:

किसी वृत्ताकार कुँए का आंतरिक व्यास 3.5 m है और यह 10 m गहरा है। ज्ञात कीजिए:

(i) आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल।

(ii) ₹ 40 प्रति m^2 की दर से इसके वक्र पृष्ठ पर प्लास्टर कराने का व्यय।

उत्तर 7:

(i) कुँए की आंतरिक त्रिज्या $r = 3.5/2 \text{ m}$ और गहराई $h = 10 \text{ m}$ है।

कुँए का आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{3.5}{2} \times 10 = 22 \times 0.5 \times 10 = 110 \text{ m}^2$$

अतः, कुँए का आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 110 m^2 है।

(ii) ₹ 40 प्रति m^2 की दर से, वक्र पृष्ठ पर प्लास्टर कराने का व्यय = ₹ $110 \times 40 = ₹ 4400$

अतः, कुँए के वक्र पृष्ठ पर प्लास्टर कराने का व्यय ₹ 4400 है।

प्रश्न 8:

गरम पानी द्वारा गरम रखने वाले एक संयंत्र में 28 m लंबाई और 5 cm व्यास वाला एक बेलनाकार पाइप है। इस संयंत्र में गर्मी देने वाला कुल कितना पृष्ठ है?

उत्तर 8:

बेलनाकार पाइप की त्रिज्या $r = 5/2 \text{ cm} = 2.5 \text{ cm} = 0.025 \text{ m}$ और लंबाई $h = 28 \text{ m}$ है।

बेलनाकार पाइप का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi r(r + h)$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.025 \times (0.025 + 28)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.025 \times 28.025$$

$$= 4.4 \text{ m}^2 \text{ (लगभग)}$$

अतः, इस संयंत्र में गर्मी देने वाला कुल पृष्ठ लगभग 4.4 m^2 है।

प्रश्न 9:

ज्ञात कीजिए:

(i) एक बेलनाकार पेट्रोल की बंद टंकी का पार्श्व या वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल, जिसका व्यास 4.2 m है और ऊँचाई 4.5 m है।

(ii) इस टंकी को बनाने में कुल कितना इस्पात (Steel) लगा होगा, यदि कुल इस्पात का $\frac{1}{12}$ भाग बनाने में नष्ट हो गया है?

उत्तर 9:

(i) पेट्रोल की टंकी की त्रिज्या $r = 4.2/2 = 2.1 \text{ m}$ और ऊँचाई $h = 4.5 \text{ m}$ है।

पेट्रोल की टंकी का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 4.5$$

$$= 2 \times 22 \times 0.3 \times 4.5$$

$$= 59.4 \text{ m}^2$$

अतः, पेट्रोल की टंकी का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 59.4 m^2 है।

(ii) पेट्रोल की टंकी का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi r(r + h)$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times (2.1 + 4.5)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 6.6$$

$$= 87.12 \text{ m}^2$$

माना, टंकी को बनाने में लगा कुल इस्पात $= x \text{ m}^2$

टंकी को बनाने में नष्ट हुआ इस्पात $= \frac{1}{12}x \text{ m}^2$

इसलिए, टंकी में लगा हुआ कुल इस्पात $= x - \frac{1}{12}x = \frac{11}{12}x \text{ m}^2$

प्रश्नानुसार,

$$\frac{11}{12}x = 87.12$$

$$\Rightarrow x = 87.12 \times \frac{12}{11} = 95.04 \text{ m}^2$$

अतः, टंकी को बनाने में कुल 95.04 m^2 इस्पात लगा होगा।

प्रश्न 10:

आकृति में, आप एक लैपशेड का फ्रेम देख रहे हैं। इसे एक सजावटी कपड़े से ढका जाना है। इस फ्रेम के आधार का व्यास 20 cm है और ऊँचाई 30 cm है। फ्रेम के ऊपर और नीचे मोड़ने के लिए दोनों ओर 2.5 cm अतिरिक्त कपड़ा भी छोड़ा जाना है। ज्ञात कीजिए कि लैपशेड को ढकने के लिए कुल कितने कपड़े की आवश्यकता होगी?

उत्तर 10:

लैपशेड की त्रिज्या $r = 20/2 = 10$ cm और ऊँचाई $h = 30$ cm है।

तथा फ्रेम के ऊपर और नीचे मोड़ने के लिए दोनों ओर 2.5 cm अतिरिक्त कपड़ा सहित ऊँचाई

$$H = 30 + 2.5 + 2.5 = 35 \text{ cm}$$

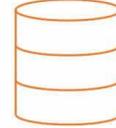
लैपशेड को ढकने के लिए कुल कपड़े का क्षेत्रफल $= 2\pi rH$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 10 \times 35$$

$$= 2 \times 22 \times 10 \times 5$$

$$= 2200 \text{ cm}^2$$

अतः, लैपशेड को ढकने के लिए कुल 2200 cm^2 कपड़े की आवश्यकता होगी।

**प्रश्न 11:**

किसी विद्यालय के विद्यार्थियों से एक आधार वाले बेलनाकार कलमदानों को गत्ते से बनाने और सजाने की प्रतियोगिता में भाग लेने के लिए कहा गया। प्रत्येक कलमदान को 3 cm त्रिज्या और 10.5 cm ऊँचाई का होना था। विद्यालय को इसके लिए प्रतिभागियों को गत्ता देना था। यदि इसमें 35 प्रतिभागी थे, तो विद्यालय को कितना गत्ता खरीदना पड़ा होगा?

उत्तर 11:

प्रत्येक कलमदान की त्रिज्या $r = 3$ cm और ऊँचाई $h = 10.5$ cm है।

क्योंकि कलमदान ऊपर से खुला हुआ है, अतः प्रत्येक कलमदान के गत्ते का क्षेत्रफल

$$= 2\pi rh + \pi r^2$$

$$= 2 \times \pi \times 3 \times 10.5 + \pi \times 3^2$$

$$= 63\pi + 9\pi$$

$$= 72\pi \text{ cm}^2$$

$$1 \text{ कलमदान के गत्ते का क्षेत्रफल} = 72\pi \text{ cm}^2$$

$$\text{इसलिए, 35 कलमदानों के गत्ते का क्षेत्रफल} = 35 \times 72\pi$$

$$= 35 \times 72 \times \frac{22}{7}$$

$$= 5 \times 72 \times 22$$

$$= 7920 \text{ cm}^2$$

अतः, विद्यालय को 7920 cm^2 गत्ता खरीदना पड़ा होगा।



गणित

(अध्याय - 13) (पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन)

(कक्षा - 9)

प्रश्नावली 13.3

प्रश्न 1:

एक शंकु के आधार का व्यास 10.5 cm है और इसकी तिर्यक ऊँचाई 10 cm है। इसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर 1:

शंकु की त्रिज्या $r = 10.5/2 = 5.25$ cm और तिर्यक ऊँचाई $l = 10$ cm है।

शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi r l$

$$= \frac{22}{7} \times 5.25 \times 10$$

$$= 22 \times 0.75 \times 10$$

$$= 165 \text{ cm}^2$$

अतः, शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 165 cm^2 है।

प्रश्न 2:

एक शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसकी तिर्यक ऊँचाई 21 m है और आधार का व्यास 24 m है।

उत्तर 2:

शंकु की त्रिज्या $r = 24/2 = 12$ cm और तिर्यक ऊँचाई $l = 21$ cm है।

शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi r (r + l)$

$$= \frac{22}{7} \times 12 \times (12 + 21)$$

$$= \frac{22}{7} \times 12 \times 33$$

$$= 1244.57 \text{ m}^2$$

अतः, शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 1244.57 m^2 है।

प्रश्न 3:

एक शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 308 cm^2 है और इसकी तिर्यक ऊँचाई 14 cm है। ज्ञात कीजिए:

(i) आधार की त्रिज्या

(ii) शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल

उत्तर 3:

(i) शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 308 \text{ cm}^2$ और तिर्यक ऊँचाई $l = 14$ cm है।

माना, शंकु के आधार की त्रिज्या $= r$ cm

शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi r l$

$$\Rightarrow 308 = \frac{22}{7} \times r \times 14$$

$$\Rightarrow 308 = 44r$$

$$\Rightarrow r = \frac{308}{44} = 7 \text{ cm}$$

अतः, शंकु के आधार की त्रिज्या 7 cm है।

(ii) शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi r (r + l)$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times (7 + 14)$$

$$= 22 \times 21$$

$$= 462 \text{ cm}^2$$

अतः, शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 462 cm^2 है।

प्रश्न 4:

शंकु के आकार का एक तंबू 10 m ऊँचा है और उसके आधार की त्रिज्या 24 m है। ज्ञात कीजिए:

(i) तंबू की तिर्यक ऊँचाई

(ii) तंबू में लगे केनवास (Canvas) की लागत, यदि 1 m² केनवास की लागत 70 रूपए है।

उत्तर 4:

(i) शंकु की त्रिज्या $r = 24$ m और ऊँचाई $h = 10$ m है।

माना, तिर्यक ऊँचाई = l m

हम जानते हैं कि $l^2 = r^2 + h^2$

$$\Rightarrow l^2 = 24^2 + 10^2 = 576 + 100 = 676$$

$$\Rightarrow l = \sqrt{676} = 26 \text{ m}$$

(ii) तंबू में लगे केनवास का क्षेत्रफल = $\pi r l$

$$= \frac{22}{7} \times 24 \times 26 \text{ m}^2$$

1 m² केनवास की लागत = ₹ 70

$$\frac{22}{7} \times 24 \times 26 \text{ m}^2 \text{ केनवास की लागत} = ₹ 70 \times \frac{22}{7} \times 24 \times 26 = ₹ 137280$$

अतः, तंबू में लगे केनवास की लागत ₹ 137280 है।

प्रश्न 5:

8 m ऊँचाई और आधार की त्रिज्या 6 m वाले एक शंकु के आकार का तंबू बनाने में 3 m चौड़े तिरपाल की कितनी लंबाई लगेगी? यह मान कर चलिए कि इसकी सिलाई और कटाई में 20 cm तिरपाल अतिरिक्त लगेगा।

($\pi = 3.14$ का प्रयोग कीजिए।)

उत्तर 5:

शंकु की त्रिज्या $r = 6$ m और ऊँचाई $h = 8$ m है।

माना, तिर्यक ऊँचाई = l m

हम जानते हैं कि $l^2 = r^2 + h^2$

$$\Rightarrow l^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

$$\Rightarrow l = \sqrt{100} = 10 \text{ m}$$

तंबू में लगे तिरपाल का क्षेत्रफल = $\pi r l$

$$= 3.14 \times 6 \times 10 = 188.40 \text{ m}^2$$

माना, 3 m चौड़े तिरपाल की लंबाई = L

इसलिए, तिरपाल का क्षेत्रफल = $3 \times L$

प्रश्नानुसार,

$$3 \times L = 188.40$$

$$\Rightarrow L = \frac{188.40}{3} = 62.80 \text{ m}$$

सिलाई और कटाई में लगा अतिरिक्त तिरपाल = 20 cm = 0.20 m

इसलिए, तिरपाल की कुल लंबाई = 62.80 + 0.20 = 63 m

अतः, तंबू बनाने में 3 m चौड़े तिरपाल की 63 m लंबाई लगेगी।

प्रश्न 6:

शंकु के आकार की एक गुंबज की तिर्यक ऊँचाई और आधार व्यास क्रमशः 25 m और 14 m हैं। इसकी वक्र पृष्ठ पर ₹ 210 प्रति 100 m² की दर से सफेदी कराने का व्यय ज्ञात कीजिए।

उत्तर 6:

गुंबज की त्रिज्या $r = 14/2 = 7$ m और तिर्यक ऊँचाई $l = 25$ m है।

गुंबज का वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल $= \pi r l$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 550 \text{ m}^2$$

$$\text{₹ 210 प्रति 100 m}^2 \text{ की दर से सफेदी कराने का व्यय} = ₹ 550 \times \frac{210}{100} = ₹ 1155$$

अतः, शंकु के वक्र पृष्ठ पर सफेदी कराने का व्यय ₹ 1155 है।

प्रश्न 7:

एक जोकर की टोपी एक शंकु के आकार की है, जिसके आधार की त्रिज्या 7 cm और ऊँचाई 24 cm है। इसी प्रकार की 10 टोपियाँ बनाने के लिए आवश्यक गते का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर 7:

शंकु की त्रिज्या $r = 7$ cm और ऊँचाई $h = 24$ cm है।

माना, तिर्यक ऊँचाई $= l$ m

हम जानते हैं कि $l^2 = r^2 + h^2$

$$\Rightarrow l^2 = 7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625$$

$$\Rightarrow l = \sqrt{625} = 25 \text{ cm}$$

1 टोपी बनाने के लिए आवश्यक गते का क्षेत्रफल $= \pi r l$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 550 \text{ cm}^2$$

10 टोपियाँ बनाने के लिए आवश्यक गते का क्षेत्रफल $= 10 \times 550 = 5500 \text{ cm}^2$

अतः, 10 टोपियाँ बनाने के लिए आवश्यक गते का क्षेत्रफल 5500 cm² है।

प्रश्न 8:

किसी बस स्टाप को पुराने गते से बने 50 खोखले शंकुओं द्वारा सड़क से अलग किया हुआ है। प्रत्येक शंकु के आधार का व्यास 40 cm है और ऊँचाई 1 m है। यदि इन शंकुओं की बाहरी पृष्ठों को पेंट करवाना है और पेंट की दर ₹ 12 प्रति m² है, तो इनको पेंट कराने में कितनी लागत आएगी? ($\pi = 3.14$ और $\sqrt{1.04} = 1.02$ का प्रयोग कीजिए।)

उत्तर 8:

शंकु की त्रिज्या $r = 40/2 = 20$ cm $= 0.2$ m और ऊँचाई $h = 1$ m है।

माना, तिर्यक ऊँचाई $= l$ m

हम जानते हैं कि $l^2 = r^2 + h^2$

$$\Rightarrow l^2 = (0.2)^2 + 1^2 = 0.04 + 1 = 1.04$$

$$\Rightarrow l = \sqrt{1.04} = 1.02 \text{ m}$$

शंकु के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल $= \pi r l$

$$= 3.14 \times 0.2 \times 1.02 = 6.4056 \text{ m}^2$$

50 शंकुओं के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 50 \times 6.4056 = 32.028 \text{ m}^2$

₹ 12 प्रति m² की दर से पेंट कराने का व्यय $= ₹ 12 \times 32.028 = ₹ 384.34$ (लगभग)

अतः, 50 शंकुओं के वक्र पृष्ठ पर पेंट कराने का व्यय ₹ 384.34 है।

गणित

(अध्याय - 13) (पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन)

(कक्षा - 9)

प्रश्नावली 13.4

प्रश्न 1:

निम्न त्रिज्या वाले गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए:

(i) 10.5 cm

(ii) 5.6 cm

(iii) 14 cm

उत्तर 1:

(i) गोले की त्रिज्या $r = 10.5$ cm है।

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 10.5 \times 10.5 = 4 \times 22 \times 1.5 \times 10.5 = 1386.00 \text{ cm}^2$$

अतः, गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल 1386 cm^2 है।

(ii) गोले की त्रिज्या $r = 5.6$ cm है।

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 5.6 \times 5.6 = 4 \times 22 \times 0.8 \times 5.6 = 394.24 \text{ cm}^2$$

अतः, गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल 394.24 cm^2 है।

(iii) गोले की त्रिज्या $r = 14$ cm है।

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 = 4 \times 22 \times 2 \times 14 = 2464 \text{ cm}^2$$

अतः, गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल 2464 cm^2 है।

प्रश्न 2:

निम्न व्यास वाले गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए:

(i) 14 cm

(ii) 21 cm

(iii) 3.5 cm

उत्तर 2:

(i) गोले की त्रिज्या $r = 14/2 = 7$ cm है।

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 4 \times 22 \times 7 = 616 \text{ cm}^2$$

अतः, गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल 616 cm^2 है।

(ii) गोले की त्रिज्या $r = 21/2 = 10.5$ cm है।

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 10.5 \times 10.5 = 4 \times 22 \times 4.5 \times 10.5 = 1386 \text{ cm}^2$$

अतः, गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल 1386 cm^2 है।

(iii) गोले की त्रिज्या $r = 3.5/2 = 1.75$ cm है।

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 1.75 \times 1.75 = 4 \times 22 \times 0.25 \times 1.75$$

$$= 38.50 \text{ cm}^2$$

अतः, गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल 38.5 cm^2 है।

प्रश्न 3:

10 cm त्रिज्या वाले एक अर्धगोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ लीजिए।)

उत्तर 3:

अर्धगोले की त्रिज्या $r = 10$ cm है।

अर्धगोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 3\pi r^2$

$$= 3 \times 3.14 \times 10 \times 10 = 942 \text{ cm}^2$$

अतः, अर्धगोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 942 cm^2 है।

प्रश्न 4:

एक गोलाकार गुब्बारे में हवा भरने पर, उसकी त्रिज्या 7 cm से 14 cm हो जाती है। इन दोनों स्थितियों में, गुब्बारे के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

उत्तर 4:

पहली दूसरी स्थिति में

गुब्बारे की त्रिज्या $r = 7$ cm है।

गुब्बारे का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 4 \times 22 \times 7 = 616 \text{ cm}^2$$

अतः, गुब्बारे का पृष्ठीय क्षेत्रफल 616 cm^2 है।

पहली दूसरी स्थिति में

गुब्बारे की त्रिज्या $R = 14$ cm है।

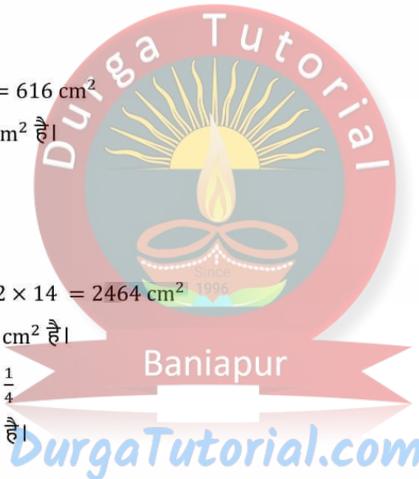
गुब्बारे का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi R^2$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 = 4 \times 22 \times 2 \times 14 = 2464 \text{ cm}^2$$

अतः, गुब्बारे का पृष्ठीय क्षेत्रफल 2464 cm^2 है।

पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात $= \frac{616}{2464} = \frac{1}{4}$

अतः, पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात 1:4 है।

**प्रश्न 5:**

पीतल से बने एक अर्धगोलाकार कटोरे का आंतरिक व्यास 10.5 cm है। ₹ 16 प्रति 100 cm^2 की दर से इसके आंतरिक पृष्ठ पर कलई कराने का व्यय ज्ञात कीजिए।

उत्तर 5:

कटोरे की आंतरिक त्रिज्या $r = 10.5/2 = 5.25$ cm है।

कटोरे का आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi r^2$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 5.25 \times 5.25$$

$$= 2 \times 22 \times 0.75 \times 5.25$$

$$= 173.25 \text{ cm}^2$$

₹ 16 प्रति 100 cm^2 की दर से इसके आंतरिक पृष्ठ पर कलई कराने का व्यय

$$= ₹ 173.25 \times \frac{16}{100} = ₹ 27.72$$

अतः, इसके आंतरिक पृष्ठ पर कलई कराने का व्यय ₹ 27.72 है।

प्रश्न 6:

उस गोले की त्रिज्या ज्ञात कीजिए जिसका पृष्ठीय क्षेत्रफल 154 cm^2 है।

उत्तर 6:

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल 154 cm^2 है। माना, गोले की त्रिज्या = $r \text{ cm}$

गोले पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2$

$$\Rightarrow 154 = 4 \times \frac{22}{7} \times r^2 \Rightarrow r^2 = 154 \times \frac{7}{22} \times \frac{1}{4} \Rightarrow r^2 = \frac{77}{4} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{77}{4}} = \frac{7}{2}$$

अतः, गोले की त्रिज्या $\frac{7}{2} \text{ cm}$ है।

प्रश्न 7:

चन्द्रमा का व्यास पृथ्वी के व्यास का लगभग एक-चौथाई है। इन दोनों के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

उत्तर 7:

माना, पृथ्वी की त्रिज्या R है। इसलिए, पृथ्वी का व्यास = $2R$

प्रश्नानुसार, चन्द्रमा का व्यास = $\frac{1}{4}(2R)$, अतः, चन्द्रमा की त्रिज्या = $\frac{\frac{1}{4}(2R)}{2} = \frac{1}{4}R$

अब,

$$\frac{\text{चन्द्रमा का पृष्ठीय क्षेत्रफल}}{\text{पृथ्वी का पृष्ठीय क्षेत्रफल}} = \frac{4\pi \left(\frac{1}{4}R\right)^2}{4\pi(R)^2} = \frac{\frac{1}{16}R^2}{R^2} = \frac{1}{16}$$

अतः, चन्द्रमा और पृथ्वी के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात 1:16 है।

प्रश्न 8:

एक अर्धगोलाकार कटोरा 0.25 cm मोटी स्टील से बना है। इस कटोरे की आंतरिक त्रिज्या 5 cm है। कटोरे का बाहरी वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर 8:

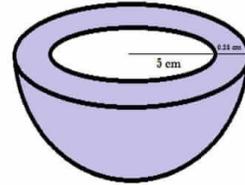
कटोरे की आंतरिक त्रिज्या $r = 5 \text{ cm}$ और कटोरे की मोटाई 0.25 cm है।

इसलिए कटोरे की बाहरी त्रिज्या = $R = 5 + 0.25 = 5.25 \text{ cm}$

$$\text{कटोरे का बाहरी वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 2\pi R^2$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 5.25 \times 5.25 = 2 \times 22 \times 0.75 \times 5.25 = 173.25 \text{ cm}^2$$

अतः, कटोरे का बाहरी वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 173.25 cm^2 है।

**प्रश्न 9:**

एक लंब वृत्तीय बेलन त्रिज्या r वाले एक गोले को पूर्णतया घेरे हुए है (देखिए आकृति)। ज्ञात कीजिए:

(i) गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल (ii) बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल (iii) ऊपर (i) और (ii) में प्राप्त क्षेत्रफलों का अनुपात

उत्तर 9:

(i) गोले की त्रिज्या = बेलन की त्रिज्या = r है।

अतः, गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2$

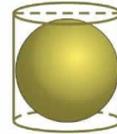
(ii) बेलन की त्रिज्या = r और बेलन की ऊँचाई h = गोले का व्यास = $2r$ है।

अतः, बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r h = 2\pi r(2r) = 4\pi r^2$

(iii) अब,

$$\frac{\text{गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल}}{\text{बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल}} = \frac{4\pi r^2}{4\pi r^2} = \frac{1}{1}$$

अतः, गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल और बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल का अनुपात 1:1 है।



गणित

(अध्याय - 13)(पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन)

(कक्षा - 9)

प्रश्नावली 13.5

प्रश्न 1:

माचिस की डिब्बी के माप $4 \text{ cm} \times 2.5 \text{ cm} \times 1.5 \text{ cm}$ हैं। ऐसी 12 डिब्बियों के एक पैकेट का आयतन क्या होगा?

उत्तर 1:

माचिस की डिब्बी की लंबाई $l = 4 \text{ cm}$, चौड़ाई $b = 2.5 \text{ cm}$ और ऊँचाई $h = 1.5 \text{ cm}$ है।

माचिस की डिब्बी का आयतन $= lbh = 4 \times 2.5 \times 1.5 = 15 \text{ cm}^3$

इसलिए, माचिस की 12 डिब्बियों का आयतन $= 12 \times 15 = 180 \text{ cm}^3$

अतः, माचिस की 12 डिब्बियों का आयतन 180 cm^3 है।

प्रश्न 2:

एक घनाभाकार पानी की टंकी 6 m लंबी, 5 m चौड़ी और 4.5 m गहरी है। इसमें कितने लीटर पानी आ सकता है? ($1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ l}$)

उत्तर 2:

पानी की टंकी की लंबाई $l = 6 \text{ m}$, चौड़ाई $b = 5 \text{ m}$ और गहराई $h = 4.5 \text{ m}$ है।

पानी की टंकी का आयतन $= lbh = 6 \times 5 \times 4.5 = 135 \text{ cm}^3 = 135 \times 1000 \text{ l} = 135000 \text{ l}$

अतः, पानी की टंकी में 135000 लीटर पानी आ सकता है।

प्रश्न 3:

एक घनाभाकार बर्तन 10 m लंबा और 8 m चौड़ा है। इसको कितना ऊँचा बनाया जाए कि इसमें 380 घन मीटर द्रव आ सके?

उत्तर 3:

घनाभाकार बर्तन की लंबाई $l = 10 \text{ m}$, चौड़ाई $b = 8 \text{ m}$ और आयतन $V = 380 \text{ m}^3$ है।

माना, घनाभाकार बर्तन की ऊँचाई $= h \text{ m}$

घनाभाकार बर्तन का आयतन $= lbh \Rightarrow 380 = 10 \times 8 \times h \Rightarrow h = \frac{380}{10 \times 8} = 4.75 \text{ m}$

अतः, एक घनाभाकार बर्तन 4.75 m ऊँचा बनाया जाए।

प्रश्न 4:

8 m लंबा, 6 m चौड़ा और 3 m गहरा एक घनाभाकार गद्दा खुदवाने में 30 रुपए प्रति m^3 की दर से होने वाला व्यय ज्ञात कीजिए।

उत्तर 4:

गद्दे की लंबाई $l = 8 \text{ m}$, चौड़ाई $b = 6 \text{ m}$ और गहराई $h = 3 \text{ m}$ है।

गद्दे का आयतन $= lbh = 8 \times 6 \times 3 = 144 \text{ m}^3$

30 रुपए प्रति m^3 की दर से होने वाला व्यय $= ₹ 144 \times 30 = ₹ 4320$

अतः, गद्दा खुदवाने में होने वाला व्यय ₹ 4320 है।

प्रश्न 5:

एक घनाभाकार टंकी की धारिता 50000 लीटर पानी की है। यदि इस टंकी की लंबाई और गहराई क्रमशः 2.5 m और 10 m हैं, तो इसकी चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

उत्तर 5:

घनाभाकार टंकी की लंबाई $l = 2.5 \text{ m}$, गहराई $h = 10 \text{ m}$ और आयतन $V = 50000 \text{ लीटर} = 50 \text{ m}^3$ है।

माना, घनाभाकार टंकी की चौड़ाई $= b \text{ m}$

घनाभाकार टंकी का आयतन $= lbh \Rightarrow 50 = 2.5 \times b \times 10$

$\Rightarrow b = \frac{50}{2.5 \times 10} = 2 \text{ m}$

अतः, इस घनाभाकार टंकी की चौड़ाई 2 m है।

प्रश्न 6:

एक गाँव जिसकी जनसंख्या 4000 है, को प्रतिदिन प्रति व्यक्ति 150 लीटर पानी की आवश्यकता है। इस गाँव में $20 \text{ m} \times 15 \text{ m} \times 6 \text{ m}$ मापों वाली एक टंकी बनी हुई है। इस टंकी का पानी वहाँ कितने दिन के लिए पर्याप्त होगा?

उत्तर 6:

टंकी की लंबाई $l = 20 \text{ m}$, चौड़ाई $b = 15 \text{ m}$ और गहराई $h = 6 \text{ m}$ है।

टंकी का आयतन $= lbh = 20 \times 15 \times 6 = 1800 \text{ m}^3 = 1800 \times 1000 = 1800000$ लीटर

प्रतिदिन प्रति व्यक्ति पानी की आवश्यकता = 150 लीटर

इसलिए, 4000 व्यक्तियों के लिए प्रतिदिन पानी की आवश्यकता $= 150 \times 4000 = 600000$ लीटर

अतः, टंकी का कुल पानी प्रयोग होने में लगे दिन

$$= \frac{\text{टंकी का आयतन}}{4000 \text{ व्यक्तियों के लिए प्रतिदिन पानी की आवश्यकता}} = \frac{1800000 \text{ लीटर}}{600000 \text{ लीटर}} = 3$$

प्रश्न 7:

किसी गोदाम की माप $40 \text{ m} \times 25 \text{ m} \times 15 \text{ m}$ हैं। इस गोदाम में $1.5 \text{ m} \times 1.25 \text{ m} \times 0.5 \text{ m}$ की माप वाले लकड़ी के कितने अधिकतम क्रेट (Crate) रखे जा सकते हैं?

उत्तर 7:

गोदाम की लंबाई $L = 40 \text{ m}$, चौड़ाई $B = 25 \text{ m}$ और ऊँचाई $H = 15 \text{ m}$ है।

गोदाम का आयतन $= LBH = 40 \times 25 \times 15 = 15000 \text{ m}^3$

तथा क्रेट की लंबाई $l = 1.5 \text{ m}$, चौड़ाई $b = 1.25 \text{ m}$ और ऊँचाई $h = 0.5 \text{ m}$ है।

क्रेट का आयतन $= lbh = 1.5 \times 1.25 \times 0.5 = 0.9375 \text{ m}^3$

अब, गोदाम में रखे जा सकने वाले क्रेट $= \frac{\text{गोदाम का आयतन}}{\text{क्रेट का आयतन}} = \frac{15000 \text{ m}^3}{0.9375 \text{ m}^3} = 10666.67$

अतः, गोदाम में लकड़ी के 10666 अधिकतम क्रेट रखे जा सकते हैं।

प्रश्न 8:

12 cm भुजा वाले एक ठोस घन को बराबर आयतन वाले 8 घनों में काटा जाता है। नए घन की क्या भुजा होगी? साथ ही, इन दोनों घनों के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात भी ज्ञात कीजिए।

उत्तर 8:

बड़े घन की भुजा $A = 12 \text{ cm}$ है। बड़े घन का आयतन $= A^3 = 12 \times 12 \times 12 = 1728 \text{ cm}^3$

इसलिए, छोटे घन का आयतन $a^3 = \frac{\text{बड़े घन का आयतन}}{8} = \frac{1728 \text{ cm}^3}{8} = 216 \text{ cm}^3$

$\Rightarrow a^3 = 216 \text{ cm}^3 \Rightarrow a = \sqrt[3]{216} = 6 \text{ cm}$

अतः, नए घन की भुजा 6 cm होगी।

अब, दोनों घनों के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात $= \frac{\text{बड़े घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल}}{\text{छोटे घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल}} = \frac{6A^2}{6a^2} = \frac{A^2}{a^2} = \frac{12^2}{6^2} = \frac{144}{36} = 4:1$

प्रश्न 9:

3 m गहरी और 40 m चौड़ी एक नदी 2 km प्रति घंटा की चाल से बह कर समुद्र में गिरती है। एक मिनट में समुद्र में कितना पानी गिरिगा?

उत्तर 9:

नदी की चाल $l = 2 \text{ km/h} = 2000 \text{ m/h}$, चौड़ाई $b = 40 \text{ m}$ और गहराई $h = 15 \text{ m}$ है।

एक घंटे में समुद्र में गिरे पानी का आयतन $= lbh = 2000 \times 40 \times 3 = 240000 \text{ m}^3$

इसलिए, एक मिनट में समुद्र में गिरे पानी का आयतन $= \frac{240000 \text{ m}^3}{60} = 4000 \text{ m}^3$

अतः, एक मिनट में समुद्र में 4000 m^3 पानी गिरिगा।

गणित

(अध्याय - 13) (पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन)

(कक्षा - 9)

प्रश्नावली 13.6

प्रश्न 1:

एक बेलनाकार बर्तन के आधार की परिधि 132 cm और उसकी ऊँचाई 25 cm है। इस बर्तन में कितने लीटर पानी आ सकता है? ($1000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ लीटर}$)

उत्तर 1:

बेलनाकार बर्तन के आधार की परिधि $C = 132 \text{ cm}$ और ऊँचाई $h = 25 \text{ cm}$ है।

माना, बेलनाकार बर्तन के आधार की त्रिज्या $= r \text{ cm}$

बेलनाकार बर्तन के आधार की परिधि $= 2\pi r$

$$\Rightarrow 132 = 2\pi r \Rightarrow 132 = 2 \times \frac{22}{7} \times r \Rightarrow r = \frac{132 \times 7}{22 \times 2} \Rightarrow r = 21 \text{ cm}$$

बेलनाकार बर्तन का आयतन $= \pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times 25$$

$$= 34650 \text{ cm}^3$$

$$= \frac{34650}{1000} = 34.65 \text{ लीटर} \quad [\because 1000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ लीटर}]$$

अतः, इस बर्तन में 34.65 लीटर पानी आ सकता है।

प्रश्न 2:

लकड़ी के एक बेलनाकार पाइप का आंतरिक व्यास 24 cm है और बाहरी व्यास 28 cm है। इस पाइप की लंबाई 35 cm है। इस पाइप का द्रव्यमान ज्ञात कीजिए, यदि 1 cm^3 लकड़ी का द्रव्यमान 0.6 ग्राम है।

उत्तर 2:

पाइप की आंतरिक त्रिज्या $r = 24/2 = 12 \text{ cm}$, बाहरी त्रिज्या $R = 28/2 = 14 \text{ cm}$ और लंबाई $h = 35 \text{ cm}$ है।

पाइप की लकड़ी का आयतन $= \pi(R^2 - r^2)h$

$$= \frac{22}{7} \times (14^2 - 12^2) \times 35 = 22 \times (196 - 144) \times 5 = 22 \times 52 \times 5 = 5720 \text{ cm}^3$$

इस पाइप का द्रव्यमान $= 5720 \times 0.6 \text{ g} = 3432 \text{ g} = 3.432 \text{ kg}$ [$\because 1 \text{ cm}^3$ लकड़ी का द्रव्यमान 0.6 ग्राम है]

अतः, इस बेलनाकार पाइप का द्रव्यमान 3.432 kg है।

प्रश्न 3:

एक सॉफ्ट ड्रिंक (Soft drink) दो प्रकार के पैकों में उपलब्ध है: (i) लंबाई 5 cm और चौड़ाई 4 cm वाले एक आयताकार आधार का टिन का डिब्बा जिसकी ऊँचाई 15 cm है और (ii) व्यास 7 cm वाले वृत्तीय आधार और 10 cm ऊँचाई वाला एक प्लास्टिक का बेलनाकार डिब्बा। किस डिब्बे की धारिता अधिक है और कितनी अधिक है?

उत्तर 3:

टिन के डिब्बे की लंबाई $l = 5 \text{ cm}$, चौड़ाई $b = 4 \text{ cm}$ और ऊँचाई $h = 15 \text{ cm}$ है।

टिन के डिब्बे की धारिता $= lbh = 5 \times 4 \times 15 = 300 \text{ cm}^3$

प्लास्टिक के डिब्बे की त्रिज्या $r = 7/2 = 3.5 \text{ cm}$ और ऊँचाई $H = 10 \text{ cm}$ है।

प्लास्टिक के डिब्बे की धारिता $= \pi r^2 H$

$$= \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \times 10 = 22 \times 0.5 \times 3.5 \times 10 = 385 \text{ cm}^3$$

दोनों डिब्बों की धारिताओं का अंतर $= 385 - 300 = 85 \text{ cm}^3$

अतः, प्लास्टिक के बेलनाकार डिब्बे की धारिता, टिन के घनाभाकार डिब्बे से 85 cm^3 अधिक है।

प्रश्न 4:

यदि एक बेलन का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल 94.2 cm^2 है और उसकी ऊँचाई 5 cm है, तो ज्ञात कीजिए:

- (i) आधार की त्रिज्या (ii) बेलन का आयतन ($\pi = 3.14$ लीजिए)

उत्तर 4:

(i) बेलन का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल $C = 94.2 \text{ cm}^2$ और ऊँचाई $h = 5 \text{ cm}$ है।

माना, बेलन के आधार की त्रिज्या $= r \text{ cm}$

बेलन का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल $C = 2\pi rh$

$$\Rightarrow 94.2 = 2 \times 3.14 \times r \times 5 \Rightarrow r = \frac{94.2}{3.14 \times 10} = 3 \text{ cm}$$

अतः, आधार की त्रिज्या 3 cm है।

(ii) बेलन का आयतन $= \pi r^2 h = 3.14 \times 3 \times 3 \times 5 = 141.3 \text{ cm}^3$

अतः, बेलन का आयतन 141.3 cm^3 है।

प्रश्न 5:

10 m गहरे एक बेलनाकार बर्तन की आंतरिक वक्र पृष्ठ को पेंट कराने का व्यय ₹ 2200 है। यदि पेंट कराने की दर ₹ 20 प्रति m^2 है, तो ज्ञात कीजिए: (i) बर्तन का आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल (ii) आधार की त्रिज्या (iii) बर्तन की धारिता

उत्तर 5:

(i) बेलनाकार बर्तन की आंतरिक वक्र पृष्ठ को पेंट कराने का व्यय $= ₹ 2200$ और गहराई $h = 10 \text{ m}$ है।

माना, बेलनाकार बर्तन की आंतरिक त्रिज्या $= r \text{ m}$

बेलनाकार बर्तन का आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

₹ 20 प्रति m^2 की दर से आंतरिक वक्र पृष्ठ को पेंट कराने का व्यय $= ₹ 20 \times 2\pi rh$

प्रश्नानुसार, $₹ 20 \times 2\pi rh = ₹ 2200$

$$\Rightarrow 2\pi rh = \frac{2200}{20} = 110$$

अतः, बर्तन का आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 110 m^2 है।

(ii) बेलनाकार बर्तन का आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

$$\Rightarrow 110 = 2 \times \frac{22}{7} \times r \times 10 \Rightarrow r = \frac{110 \times 7}{22 \times 2 \times 10} = \frac{7}{4} = 1.75 \text{ m}$$

अतः, आधार की त्रिज्या 1.75 m है।

(iii) बर्तन की धारिता $= \pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times 1.75 \times 1.75 \times 10 = 22 \times 0.25 \times 1.75 \times 10 = 96.25 \text{ m}^3$$

अतः, बर्तन की धारिता 96.25 m^3 है।

प्रश्न 6:

ऊँचाई 1 m वाले एक बेलनाकार बर्तन की धारिता 15.4 लीटर है। इसको बनाने के लिए कितने वर्ग मीटर धातु की शीट की आवश्यकता होगी?

उत्तर 6:

बेलनाकार बर्तन की धारिता $V = 15.4$ लीटर $= 15.4/1000 \text{ m}^3 = 0.0154 \text{ m}^3$ और ऊँचाई $h = 1 \text{ m}$ है।

माना, बेलनाकार बर्तन की त्रिज्या $= r \text{ m}$

बेलनाकार बर्तन की धारिता $V = \pi r^2 h$

$$\Rightarrow 0.0154 = \frac{22}{7} \times r^2 \times 1$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{0.0154 \times 7}{22} = 0.0049$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{0.0049} = 0.07 \text{ m}$$

बेलनाकार बर्तन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r(r + h)$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.07 \times (0.07 + 1) = 2 \times 22 \times 0.01 \times 1.07 = 0.4708 \text{ m}^2$$

अतः, बेलनाकार बर्तन को बनाने के लिए 0.4708 m^2 धातु की शीट की आवश्यकता होगी।

प्रश्न 7:

सीसे की एक पेंसिल (Lead pencil) लकड़ी के एक बेलन के अर्धतर में ग्रेफाइट (Graphite) से बने ठोस बेलन को डाल कर बनाई गई है। पेंसिल का व्यास 7 mm है और ग्रेफाइट का व्यास 1 mm है। यदि पेंसिल की लंबाई 14 cm है, तो लकड़ी का आयतन और ग्रेफाइट का आयतन ज्ञात कीजिए।

उत्तर 7:

पेंसिल में लगी लकड़ी की आंतरिक त्रिज्या $r = 1/2 = 0.5 \text{ mm} = 0.05 \text{ cm}$,

बाहरी त्रिज्या $R = 7/2 = 3.5 \text{ mm} = 0.35 \text{ cm}$ और लंबाई $h = 14 \text{ cm}$ है।

पेंसिल में लगी लकड़ी का आयतन = $\pi(R^2 - r^2)h$

$$= \frac{22}{7} \times [(0.35)^2 - (0.05)^2] \times 14$$

$$= 22 \times (0.1225 - 0.0025) \times 2$$

$$= 22 \times 0.12 \times 2$$

$$= 5.28 \text{ cm}^3$$

तथा लकड़ी के अर्धतर में लगी ग्रेफाइट की त्रिज्या $r = 1/2 = 0.5 \text{ mm} = 0.05 \text{ cm}$ और लंबाई $h = 14 \text{ cm}$ है।

ग्रेफाइट का आयतन = $\pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times (0.05)^2 \times 14$$

$$= 22 \times 0.0025 \times 2$$

$$= 0.11 \text{ cm}^3$$

अतः, लकड़ी का आयतन 5.28 cm^3 और ग्रेफाइट का आयतन 0.11 cm^3 है।

प्रश्न 8:

एक अस्पताल (Hospital) के एक रोगी को प्रतिदिन 7 cm व्यास वाले एक बेलनाकार कटोरे में सूप (Soup) दिया जाता है। यदि यह कटोरा सूप से 4 cm ऊँचाई तक भरा जाता है, तो इस अस्पताल में 250 रोगियों के लिए प्रतिदिन कितना सूप तैयार किया जाता है?

उत्तर 8:

बेलनाकार कटोरे की त्रिज्या $r = 7/2 = 3.5$ और कटोरे में भरे गए सूप की ऊँचाई $h = 4 \text{ cm}$ है।

बेलनाकार कटोरे का आयतन = $\pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times (3.5)^2 \times 4$$

$$= \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \times 4$$

$$= 22 \times 0.5 \times 3.5 \times 4$$

$$= 154 \text{ cm}^3$$

इसलिए, 250 रोगियों के लिए प्रतिदिन सूप का आयतन = $250 \times 154 = 38500 \text{ cm}^3$

अतः, इस अस्पताल में 250 रोगियों के लिए प्रतिदिन 38500 cm^3 सूप तैयार किया जाता है।

गणित

(अध्याय - 13) (पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन)

(कक्षा - 9)

प्रश्नावली 13.7

प्रश्न 1:

उस लंब वृत्तीय शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए:

(i) जिसकी त्रिज्या 6 cm और ऊँचाई 7 cm है।

(ii) जिसकी त्रिज्या 3.5 cm और ऊँचाई 12 cm है।

उत्तर 1:

(i) शंकु के आधार की त्रिज्या $r = 6$ cm और ऊँचाई $h = 7$ cm है।

$$\begin{aligned}\text{शंकु का आयतन} &= \frac{1}{3}\pi r^2 h \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 6 \times 6 \times 7 = 264 \text{ cm}^3\end{aligned}$$

अतः, लंब वृत्तीय शंकु का आयतन 264 cm^3 है।

(ii) शंकु के आधार की त्रिज्या $r = 3.5$ cm और ऊँचाई $h = 12$ cm है।

$$\begin{aligned}\text{शंकु का आयतन} &= \frac{1}{3}\pi r^2 h \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \times 12 = 154 \text{ cm}^3\end{aligned}$$

अतः, लंब वृत्तीय शंकु का आयतन 154 cm^3 है।

प्रश्न 2:

शंकु के आकार के उस बर्तन की लीटरों में धारिता ज्ञात कीजिए जिसकी

(i) जिसकी त्रिज्या 7 cm और तिर्यक ऊँचाई 25 cm है।

(ii) जिसकी त्रिज्या 12 cm और तिर्यक ऊँचाई 13 cm है।

उत्तर 2:

(i) बर्तन की त्रिज्या $r = 7$ cm और तिर्यक ऊँचाई $l = 25$ cm है।

माना, बर्तन की ऊँचाई $= h$ cm

हम जानते हैं कि, $l^2 = r^2 + h^2$

$$\Rightarrow 25^2 = 7^2 + h^2$$

$$\Rightarrow 625 = 49 + h^2 \Rightarrow h^2 = 625 - 49 = 576 \Rightarrow h = \sqrt{576} = 24 \text{ cm}$$

बर्तन का धारिता $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 24 = 1232 \text{ cm}^3 = \frac{1232}{1000} = 1.232 \text{ लीटर}$$

अतः, शंकु के आकार के बर्तन की धारिता 1.232 लीटर है।

(ii) बर्तन की ऊँचाई $h = 12$ cm और तिर्यक ऊँचाई $l = 13$ cm है।

माना, बर्तन की त्रिज्या $= r$ cm

हम जानते हैं कि, $l^2 = h^2 + r^2$

$$\Rightarrow 13^2 = 12^2 + r^2$$

$$\Rightarrow 169 = 144 + r^2$$

$$\Rightarrow r^2 = 169 - 144 = 25 \Rightarrow r = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

बर्तन का धारिता $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 5 \times 5 \times 12 = \frac{2200}{7} \text{ cm}^3$$

$$= \frac{2200}{7 \times 1000} = \frac{11}{35} \text{ लीटर}$$

अतः, शंकु के आकार के बर्तन की धारिता $\frac{11}{35}$ लीटर है।

प्रश्न 3:

एक शंकु की ऊँचाई 15 cm है। यदि इसका आयतन 1570 cm^3 है, तो इसके आधार की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।
($\pi = 3.14$ प्रयोग कीजिए।)

उत्तर 3:

शंकु का आयतन $V = 1570 \text{ cm}^3$ और ऊँचाई $h = 15 \text{ cm}$ है।
माना, शंकु के आधार की त्रिज्या = $r \text{ cm}$

शंकु का आयतन $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$

$$\Rightarrow 1570 = \frac{1}{3} \times 3.14 \times r^2 \times 15 \Rightarrow 1570 = 3.14 \times r^2 \times 5 \Rightarrow r^2 = \frac{1570}{3.14 \times 5} = 100$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

अतः, शंकु के आधार की त्रिज्या 10 cm है।

प्रश्न 4:

यदि 9 cm ऊँचाई वाले एक लंब वृत्तीय शंकु का आयतन $48\pi \text{ cm}^3$ है, तो इसके आधार का व्यास ज्ञात कीजिए।

उत्तर 4:

शंकु का आयतन $V = 48\pi \text{ cm}^3$ और ऊँचाई $h = 9 \text{ cm}$ है।

माना, शंकु के आधार की त्रिज्या = $r \text{ cm}$

शंकु का आयतन $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$

$$\Rightarrow 48\pi = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times 9 \Rightarrow 48\pi = \pi \times r^2 \times 3 \Rightarrow r^2 = \frac{48\pi}{\pi \times 3} = 16 \Rightarrow r = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$$

इसलिए, आधार का व्यास = $2 \times 4 = 8 \text{ cm}$

अतः, आधार का व्यास 8 cm है।

प्रश्न 5:

ऊपरी व्यास 3.5 m वाले शंकु के आकार का एक गड्ढा 12 m गहरा है। इसकी धारिता किलोलीटरों में कितनी है?

उत्तर 5:

गड्ढे के आधार की त्रिज्या $r = 3.5/2 = 1.75 \text{ m}$ और ऊँचाई $h = 12 \text{ m}$ है।

गड्ढे की धारिता $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 1.75 \times 1.75 \times 12 = 38.5 \text{ m}^3$$

$= 38.5$ किलोलीटर [$\because 1 \text{ m}^3 = 1$ किलोलीटर]

अतः, गड्ढे की धारिता 38.5 किलोलीटर है।

प्रश्न 6:

एक लंब वृत्तीय शंकु का आयतन 9856 cm^3 है। यदि इसके आधार का व्यास 28 cm है, तो ज्ञात कीजिए:

(i) शंकु की ऊँचाई (ii) शंकु की तिर्यक ऊँचाई (iii) शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

उत्तर 6:

(i) शंकु का आयतन $V = 9856 \text{ cm}^3$ और त्रिज्या $r = 28/2 = 14 \text{ cm}$ है।

माना, शंकु की ऊँचाई = $h \text{ cm}$ इसलिए, शंकु का आयतन $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$

$$\Rightarrow 9856 = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times h \Rightarrow 9856 = \frac{1}{3} \times 22 \times 2 \times 14 \times h \Rightarrow h = \frac{9856 \times 3}{22 \times 2 \times 14} \Rightarrow h = 48 \text{ cm}$$

अतः, शंकु की ऊँचाई 48 cm है।

(ii) शंकु की ऊँचाई $h = 48$ cm और त्रिज्या $r = 14$ cm है। माना, शंकु की तिर्यक ऊँचाई $= l$ cm हम जानते हैं कि, $l^2 = h^2 + r^2$
 $\Rightarrow l^2 = 48^2 + 14^2 \Rightarrow l^2 = 2304 + 196 \Rightarrow l^2 = 2500 \Rightarrow l = \sqrt{2500} = 50$ cm
 अतः, शंकु की तिर्यक ऊँचाई 50 cm है।

(iii) शंकु की तिर्यक ऊँचाई $l = 50$ cm और त्रिज्या $r = 14$ cm है।

शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi r l$

$$= \frac{22}{7} \times 14 \times 50 = 22 \times 2 \times 50 = 2200 \text{ cm}^2$$

अतः, शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 2200 cm² है।

प्रश्न 7:

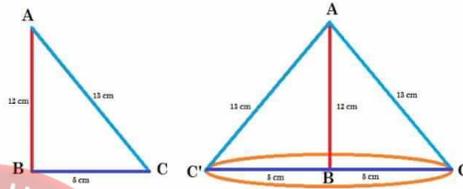
भुजाओं 5 cm, 12 cm और 13 cm वाले एक समकोण त्रिभुज ABC को भुजा 12 cm के परित घुमाया जाता है। इस प्रकार प्राप्त ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।

उत्तर 7:

त्रिभुज की 12 cm भुजा के परित घुमाने पर प्राप्त ठोस एक शंकु होगा। जिसकी त्रिज्या $r = 5$ cm, ऊँचाई $h = 12$ cm और तिर्यक ऊँचाई $l = 13$ cm होगी।

$$\text{ठोस की आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 5 \times 5 \times 12 = 100\pi \text{ cm}^3$$

अतः, ठोस का आयतन 100π cm³ है।



प्रश्न 8:

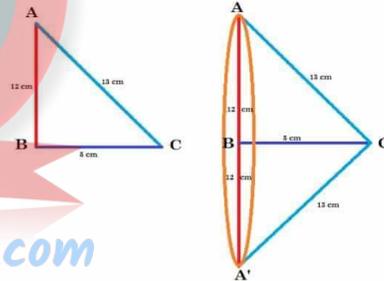
यदि प्रश्न 7 के त्रिभुज ABC को यदि भुजा 5 के परित घुमाया जाए, तो इस प्रकार प्राप्त ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए। प्रश्नों 7 और 8 में प्राप्त किए दोनों ठोसों के आयतनों का अनुपात भी ज्ञात कीजिए।

उत्तर 8:

त्रिभुज की 5 cm भुजा के परित घुमाने पर प्राप्त ठोस एक शंकु होगा। जिसकी त्रिज्या $r = 12$ cm, ऊँचाई $h = 5$ cm और तिर्यक ऊँचाई $l = 13$ cm होगी।

$$\text{ठोस की आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 12 \times 12 \times 5 = 240\pi \text{ cm}^3$$

अतः, ठोस का आयतन 240π cm³ है।



प्रश्न 9:

गेहूँ की एक ढेरी व्यास 10.5 m और ऊँचाई 3 m वाले एक शंकु के आकार की है। इसका आयतन ज्ञात कीजिए। इस ढेरी को वर्षा से बचाने के लिए केनवास से ढका जाना है। वाँछित केनवास का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर 9:

गेहूँ की ढेरी की त्रिज्या $r = 10.5/2 = 5.25$ m और ऊँचाई $h = 3$ m है।

$$\text{गेहूँ की ढेरी की आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 5.25 \times 5.25 \times 3 = 22 \times 0.75 \times 5.25 = 86.625 \text{ m}^3$$

अतः, गेहूँ की ढेरी का आयतन 86.625 m³ है।

माना, गेहूँ की ढेरी की तिर्यक ऊँचाई $= l$ m

$$\text{हम जानते हैं कि, } l^2 = h^2 + r^2 \Rightarrow l^2 = 3^2 + (5.25)^2 \Rightarrow l^2 = 9 + 27.5625 \Rightarrow l^2 = 36.5625$$

$$\Rightarrow l = \sqrt{36.5625} = 6.05 \text{ m (लगभग)}$$

वाँछित केनवास का क्षेत्रफल $= \pi r l$

$$= \frac{22}{7} \times 5.25 \times 6.05 = 22 \times 0.75 \times 6.05 = 99.825 \text{ m}^2$$

अतः, इस ढेरी को वर्षा से बचाने के लिए वाँछित केनवास का क्षेत्रफल 99.825 m² है।

गणित

(अध्याय - 13) (पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन)

(कक्षा - 9)

प्रश्नावली 13.8

प्रश्न 1:

उस गोले का आयतन ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या निम्न है: (i) 7 cm (ii) 0.63 m

उत्तर 1:

(i) गोले की त्रिज्या $r = 7$ cm है।

गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7 = \frac{4}{3} \times 22 \times 7 \times 7 = 1437\frac{1}{3} \text{ cm}^3$$

अतः, गोले का आयतन $1437\frac{1}{3} \text{ cm}^3$ है।

(ii) गोले की त्रिज्या $r = 0.63$ m है।

गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 0.63 \times 0.63 \times 0.63 = 4 \times 22 \times 0.03 \times 0.63 \times 0.63 = 1.05 \text{ m}^3 \text{ (लगभग)}$$

अतः, गोले का आयतन 1.05 m^3 है।

प्रश्न 2:

उस ठोस गोलाकार गेंद द्वारा हटाए गए (विस्थापित) पानी का आयतन ज्ञात कीजिए, जिसका व्यास निम्न है:

(i) 28 cm

(ii) 0.21 m

उत्तर 2:

(i) गेंद की त्रिज्या $r = 28/2 = 14$ cm है।

गेंद द्वारा हटाए गए पानी का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 14 = \frac{4}{3} \times 22 \times 2 \times 14 \times 14 = 11498\frac{2}{3} \text{ cm}^3$$

अतः, गोले का आयतन $11498\frac{2}{3} \text{ cm}^3$ है।

(ii) गेंद की त्रिज्या $r = 0.21/2 = 0.105$ m है।

गेंद द्वारा हटाए गए पानी का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 0.105 \times 0.105 \times 0.105 = 4 \times 22 \times 0.005 \times 0.63 \times 0.63 = 0.004861 \text{ m}^3$$

अतः, गोले का आयतन 0.004861 m^3 है।

प्रश्न 3:

धातु की एक गेंद का व्यास 4.2 cm है। यदि इस धातु का घनत्व 8.9 ग्राम प्रति cm^3 है, तो इस गेंद का द्रव्यमान ज्ञात कीजिए।

उत्तर 3:

गेंद की त्रिज्या $r = 4.2/2 = 2.1$ cm है।

गेंद का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1 \times 2.1 \\ = 4 \times 22 \times 0.1 \times 2.1 \times 2.1 = 38.808 \text{ cm}^3$$

यहाँ, 1 cm^3 का द्रव्यमान = 8.9 ग्राम

इसलिए, 38.808 cm^3 का द्रव्यमान = $8.9 \times 38.808 = 345.39$ ग्राम (लगभग)

अतः, इस गेंद का द्रव्यमान 345.39 ग्राम है।

प्रश्न 4:

चंद्रमा का व्यास पृथ्वी के व्यास का लगभग एक-चौथाई है। चंद्रमा का आयतन पृथ्वी के आयतन की कौन-सी भिन्न है?

उत्तर 4:

माना, पृथ्वी की त्रिज्या R है।

इसलिए, पृथ्वी का व्यास $= 2R$

प्रश्नानुसार, चंद्रमा का व्यास $= \frac{1}{4}(2R)$

अतः, चंद्रमा की त्रिज्या $= \frac{\frac{1}{4}(2R)}{2} = \frac{1}{4}R$

अब,

$$\frac{\text{चंद्रमा का आयतन}}{\text{पृथ्वी का आयतन}} = \frac{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{1}{4}R\right)^3}{\frac{4}{3}\pi(R)^3} = \frac{\frac{1}{64}R^3}{R^3} = \frac{1}{64}$$

\Rightarrow चंद्रमा का आयतन $= \frac{1}{64} \times$ पृथ्वी का आयतन

अतः, चंद्रमा का आयतन पृथ्वी के आयतन की $\frac{1}{64}$ है।

प्रश्न 5:

व्यास 10.5 cm वाले एक अर्धगोलाकार कटोरे में कितने लीटर दूध आ सकता है?

उत्तर 5:

अर्धगोलाकार कटोरे की त्रिज्या $r = 10.5/2 = 5.25$ cm है।

अर्धगोलाकार कटोरे का आयतन $= \frac{2}{3}\pi r^3$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 5.25 \times 5.25 \times 5.25 = 2 \times 22 \times 0.25 \times 5.25 \times 5.25 = 303 \text{ cm}^3 \text{ (लगभग)}$$

$$= \frac{303}{1000} \text{ लीटर} \quad [\because 1 \text{ cm}^3 = \frac{1}{1000} \text{ लीटर}]$$

$$= 0.303 \text{ लीटर}$$

अतः, अर्धगोलाकार कटोरे में 0.303 लीटर दूध आ सकता है।

प्रश्न 6:

एक अर्धगोलाकार टंकी 1 cm मोटी एक लोहे की चादर (Sheet) से बनी है। यदि इसकी आंतरिक त्रिज्या 1 m है, तो इस टंकी के बनाने में लगे लोहे का आयतन ज्ञात कीजिए।

उत्तर 6:

अर्धगोलाकार टंकी की आंतरिक त्रिज्या $r = 1$ m और मोटाई $1 \text{ cm} = 0.01$ m है।

इसलिए, बहरी त्रिज्या $R = 1 + 0.01 = 1.01$ m

अर्धगोलाकार टंकी का आयतन $= \frac{2}{3}\pi(R^3 - r^3)$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times [(1.01)^3 - 1^3] = \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (1.030301 - 1)$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 0.030301$$

$$= 0.06348 \text{ m}^3$$

अतः, टंकी के बनाने में लगे लोहे का आयतन 0.06348 m^3 है।

प्रश्न 7:

उस गोले का आयतन ज्ञात कीजिए जिसका पृष्ठीय क्षेत्रफल 154 cm^2 है।

उत्तर 7:

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $A = 154 \text{ cm}^2$ है।

माना, गोले की त्रिज्या = $r \text{ cm}$

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2$

$$\Rightarrow 154 = 4 \times \frac{22}{7} \times r^2$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{154 \times 7}{22 \times 4} = \frac{49}{4}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2}$$

गोले का आयतन = $\frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}$$

$$= \frac{539}{3} = 179\frac{2}{3} \text{ cm}^3$$

अतः, गोले का आयतन $179\frac{2}{3} \text{ cm}^3$ है।

**प्रश्न 8:**

किसी भवन का गुंबद एक अर्धगोले के आकार का है। अंदर से, इसमें सफेदी कराने में ₹498.96 व्यय हुए। यदि सफेदी कराने की दर ₹2 प्रति वर्ग मीटर है, तो ज्ञात कीजिए:

(i) गुंबद का आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल (ii) गुंबद के अंदर की हवा का आयतन

उत्तर 8:

(i) माना, गुंबद की आंतरिक त्रिज्या = $r \text{ m}$

गुंबद का आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r^2$

₹2 प्रति वर्ग मीटर की दर से, इसमें सफेदी कराने में व्यय = $2\pi r^2 \times ₹2 = ₹4\pi r^2$

$$\Rightarrow ₹4\pi r^2 = ₹498.96$$

$$\Rightarrow 4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 498.96$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{498.96 \times 7}{4 \times 22} = 39.69$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{39.69} = 6.3 \text{ m}$$

इसलिए, गुंबद का आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r^2$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times (6.3)^2$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 6.3 \times 6.3$$

$$= 2 \times 22 \times 0.9 \times 6.3$$

$$= 249.48 \text{ m}^2$$

अतः, गुंबद का आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 249.48 m^2 है।

(ii) गुंबद के अंदर की हवा का आयतन $= \frac{2}{3} \pi r^3$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (6.3)^3$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 6.3 \times 6.3 \times 6.3$$

$$= 2 \times 22 \times 0.3 \times 6.3 \times 6.3$$

$$= 523.9 \text{ cm}^3$$

अतः, गुंबद के अंदर की हवा का आयतन 523.9 cm^3 है।

प्रश्न 9:

लोहे के सत्ताइस ठोस गोलों को पिघलाकर, जिनमें से प्रत्येक की त्रिज्या r है, और पृष्ठीय क्षेत्रफल S है, एक बड़ा गोला बनाया जाता है जिसका पृष्ठीय क्षेत्रफल S' है। ज्ञात कीजिए:

(i) नए गोले की त्रिज्या r'

(ii) S और S' का अनुपात

उत्तर 9:

(i) ठोस गोले की त्रिज्या r और नए गोले की त्रिज्या r' है।

$$\text{ठोस गोले का आयतन} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{इसलिए, 27 ठोस गोलों का आयतन} = 27 \times \frac{4}{3} \pi r^3$$

प्रश्नानुसार, नए गोले का आयतन = 27 ठोस गोलों का आयतन

$$\Rightarrow \frac{4}{3} \pi (r')^3 = 27 \times \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\Rightarrow (r')^3 = 27 \times r^3$$

$$\Rightarrow r' = 3 \times r$$

अतः, नए गोले की त्रिज्या $3r$ है।

(ii) ठोस गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $S = 4\pi r^2$

$$\text{नए गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल } S' = 4\pi (r')^2 = 4\pi (3r)^2 = 36\pi r^2$$

इसलिए,

$$\frac{S}{S'} = \frac{4\pi r^2}{36\pi r^2} = \frac{1}{9}$$

अतः, S और S' का अनुपात 1:9 है।

प्रश्न 10:

दवाई का एक कैप्सूल (Capsule) 3.5 mm व्यास का एक गोला (गोली) है। इस कैप्सूल को भरने के लिए कितनी दवाई (mm^3 में) की आवश्यकता होगी?

उत्तर 10:

कैप्सूल की त्रिज्या $r = 3.5/2 = 1.75 \text{ mm}$ है।

$$\text{कैप्सूल को भरने के लिए दवाई का आयतन} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 1.75 \times 1.75 \times 1.75$$

$$= \frac{4}{3} \times 22 \times 0.25 \times 1.75 \times 1.75$$

$$= 22.46 \text{ mm}^3 \text{ (लगभग)}$$

अतः, इस कैप्सूल को भरने के लिए 22.46 mm^3 दवाई की आवश्यकता होगी है।

गणित

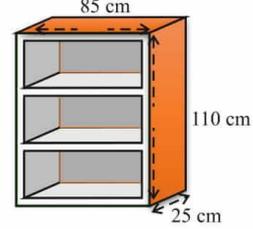
(अध्याय - 13) (पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन)

(कक्षा - 9)

प्रश्नावली 13.9 (ऐच्छिक)

प्रश्न 1:

एक लकड़ी के बुकशैल्फ (Book - self) की बाहरी विमाएँ निम्न हैं:
ऊँचाई = 110 cm, गहराई = 25 cm, चौड़ाई = 85 cm (देखिए आकृति)। प्रत्येक स्थान पर तख्तों की मोटाई 5 cm है। इसके बाहरी फलकों पर पालिश कराई जाती है और आंतरिक फलकों पर पेंट किया जाना है। यदि पालिश कराने की दर 20 पैसे प्रति cm^2 है और पेंट कराने की दर 10 पैसे प्रति cm^2 है, तो इस बुक-शैल्फ पर पालिश और पेंट कराने का कुल व्यय ज्ञात कीजिए।



उत्तर 1:

बुकशैल्फ की बाहरी विमाएँ:

लंबाई $L = 110$ cm, चौड़ाई $B = 85$ cm और गहराई $H = 25$ cm है।

तथा प्रत्येक स्थान पर तख्तों की मोटाई 5 cm है।

इसलिए, बुकशैल्फ की आंतरिक विमाएँ:

लंबाई $l = 110 - 5 - 5 = 100$ cm, चौड़ाई $b = 85 - 5 - 5 = 75$ cm और गहराई $h = 25 - 5 = 20$ cm है।

बुकशैल्फ का बाहरी पृष्ठीय क्षेत्रफल = $LB + 2(BH + HL)$
 $= 110 \times 85 + 2(85 \times 25 + 25 \times 110)$
 $= 9350 + 9750 = 19100 \text{ cm}^2$

किनारों का क्षेत्रफल

$= 4(75 \times 5) + 2(110 \times 5)$
 $= 1500 + 1100 = 2600 \text{ cm}^2$

पालिश किए जाने वाला कुल क्षेत्रफल = $19100 + 2600 = 21700 \text{ cm}^2$

20 पैसे प्रति cm^2 की दर से पालिश कराने का कुल व्यय = $\text{₹ } 21700 \times 0.20 = \text{₹ } 4340$

बुकशैल्फ का आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल = $lb + 2(bh + hl)$
 $= 100 \times 75 + 2(75 \times 20 + 20 \times 100) = 7500 + 7000 = 14500 \text{ cm}^2$

2 तख्तों का क्षेत्रफल = $4(75 \times 20) = 6000 \text{ cm}^2$

तख्तों द्वारा आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल का ढका हुआ भाग = $4(5 \times 20) + 2(5 \times 75) = 400 + 750 = 1150 \text{ cm}^2$

पेंट किए जाने वाला कुल क्षेत्रफल = $14500 + 6000 - 1150 = 19350 \text{ cm}^2$

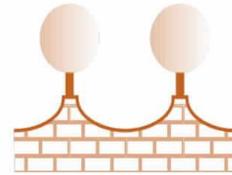
10 पैसे प्रति cm^2 की दर से पेंट कराने का कुल व्यय = $\text{₹ } 19350 \times 0.10 = \text{₹ } 1935$

इसलिए, पालिश और पेंट कराने का कुल व्यय = $\text{₹ } 4340 + \text{₹ } 1935 = \text{₹ } 6275$

अतः, इस बुक-शैल्फ पर पालिश और पेंट कराने का कुल $\text{₹ } 6275$ है।

प्रश्न 2:

किसी घर के कंपाउंड की सामने के दीवार को 21 cm व्यास वाले लकड़ी के गोलों को छोटे आधारों पर टिका कर सजाया जाता है, जैसा कि आकृति में दिखाया गया है। इस प्रकार के आठ गोलों का प्रयोग इस कार्य के लिए किया जाना है और इन गोलों को चाँदी वाले रंग में पेंट करवाना है। प्रत्येक आधार 1.5 cm त्रिज्या और ऊँचाई 7 cm का एक बेलन है तथा इन्हें काले रंग से पेंट करवाना है। यदि चाँदी के रंग का पेंट करवाने की दर 25 पैसे प्रति cm^2 है तथा काले रंग के पेंट करवाने की दर 5 पैसे प्रति cm^2 हो, तो पेंट करवाने का कुल व्यय ज्ञात कीजिए।



उत्तर 2:

गोले की त्रिज्या $R = 21/2 = 10.5$ cm है।

तथा बेलनाकार आधार की त्रिज्या $r = 1.5$ cm और ऊँचाई $h = 7$ cm है।

$$\text{गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 4\pi R^2$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 10.5 \times 10.5$$

$$= 4 \times 22 \times 1.5 \times 10.5$$

$$= 1386 \text{ cm}^2$$

$$\text{बेलनाकार आधार द्वारा पृष्ठीय क्षेत्रफल का ढका हुआ भाग} = \pi r^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 1.5 \times 1.5$$

$$= 7.07 \text{ cm}^2$$

$$1 \text{ गोले का चाँदी वाले रंग में पेंट किए जाने वाला कुल क्षेत्रफल} = 1386 - 7.07 = 1378.93 \text{ cm}^2$$

$$8 \text{ गोलों का चाँदी वाले रंग में पेंट किए जाने वाला कुल क्षेत्रफल} = 8 \times 1378.93 = 11031.44 \text{ cm}^2$$

$$25 \text{ पैसे प्रति cm}^2 \text{ की दर से पेंट कराने का कुल व्यय} = ₹ 11031.44 \times 0.25 = ₹ 2757.86$$

बेलनाकार आधार की त्रिज्या $r = 1.5 \text{ cm}$ और ऊँचाई $h = 7 \text{ cm}$ है।

$$\text{बेलनाकार आधार का पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 2\pi rh$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 1.5 \times 7$$

$$= 2 \times 22 \times 1.5$$

$$= 66 \text{ cm}^2$$

$$1 \text{ बेलनाकार आधार का काले रंग के पेंट किए जाने वाला कुल क्षेत्रफल} = 66 \text{ cm}^2$$

$$8 \text{ बेलनाकार आधारों का काले रंग के पेंट किए जाने वाला कुल क्षेत्रफल} = 8 \times 66 = 528 \text{ cm}^2$$

$$5 \text{ पैसे प्रति cm}^2 \text{ की दर से पेंट कराने का कुल व्यय} = ₹ 528 \times 0.05 = ₹ 26.40$$

$$\text{इसलिए, पेंट करवाने का कुल व्यय} = ₹ 2757.86 + ₹ 26.40 = ₹ 2784.26$$

अतः, पेंट करवाने का कुल व्यय ₹ 2784.26 है।

प्रश्न 3:

एक गोले के व्यास में 25% की कमी हो जाती है। उसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल कितने प्रतिशत कम हो गया है?

उत्तर 3:

माना, गोले का व्यास $2R$ है। इसलिए, गोले की त्रिज्या $= R$

$$\text{गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 4\pi R^2$$

व्यास में 25% की कमी होने पर नया व्यास $2R'$

$$= 2R - 2R \text{ का } 25\%$$

$$= 2R - 2R \times \frac{25}{100}$$

$$= 2R - \frac{1}{2}R = \frac{3}{2}R$$

$$\text{नए गोले की त्रिज्या} = R' = \frac{3}{4}R$$

$$\text{नए गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 4\pi(R')^2 = 4\pi\left(\frac{3}{4}R\right)^2 = \frac{9}{4}\pi R^2$$

$$\text{वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल में कमी} = 4\pi R^2 - \frac{9}{4}\pi R^2 = \frac{7}{4}\pi R^2$$

$$\text{इसलिए, वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल में प्रतिशत कमी} = \frac{\frac{7}{4}\pi R^2}{4\pi R^2} \times 100 = \frac{7}{16} \times 100 = 43.75$$

अतः, उसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 43.75 % कम हो गया है।