गणित

(अध्याय – 14)(सांख्यिकी)
(कक्षा – 9)

प्रश्नावली 14.1

प्रश्न 1:
उन आंकड़ों के पाँच उदाहरण दीजिए जिन्हें आप अपने दैनिक जीवन से एकत्रित कर सकते है।

उत्तर 1:
पाँच उदाहरण दीजिए जिन्हें आप अपने दैनिक जीवन से एकत्रित कर सकते है:

- 1. अपनी कक्षा के विद्यार्थियों की लंबाई या वजन।
- 2. अपनी कालोनी या आस-पास के 25 पौधों की लंबाइयाँ।
- 3. किसी एक महीने में प्रत्येक दिन का अधिकतम या न्यूनतम तापमान।
- 4. प्रतिदिन T. V. देखने में बिताया गया समय।
- 5. पिछले दस वर्षों में शहर में वर्षा।

प्रश्न 2:
ऊपर दिए गए प्रश्न 1 के आंकड़ों को प्राथमिक आंकड़ों या गौण आंकड़ों में वर्गीकृत कीजिए।

उत्तर 2:
हम जानते हैं कि
स्वयं अंवेषक द्वारा एक निश्चित उद्देश्य रखकर एकत्रित की गई सूचनाएँ, प्राथमिक आंकड़े कहलाते हैं तथा किसी स्रोत से, जिसमें सूचनाएँ पहले से ही एकत्रित हैं, आंकड़े प्राप्त किए गए हों उन आंकड़ों को गौण आंकड़े कहते हैं।
इसलिए प्रश्न 1 के आंकड़ों में 1, 2 और 4 प्राथमिक आंकड़ें हैं तथा 3 और 5 गौण आंकड़े हैं।

Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com

(कक्षा - 9)

प्रश्नावली 14.2

प्रश्न 1:

आठवीं कक्षा के विद्यार्थियों के रक्त समूह ये हैं:

A, B, O, O, AB, O, A, O, B, A, O, B, A, O, O,
A, AB, O, A, A, O, O, AB, B, A, O, B, A, B, O

इन आकंड़ों के एक बारंबारता बंटन सरणी के रूप में प्रस्तुत कीजिए। बताइए कि इन विद्यार्थियों में कौन-सा रक्त समूह अधिक सामान्य है और कौन-सा रक्त समूह विरलतम रक्त समूह है।

उत्तर 1:

दिए गए आंकड़ों के अनुसार 9 विद्यार्थियों का रक्त समूह A है, 6 विद्यार्थियों का रक्त समूह B है, 3 विद्यार्थियों का रक्त समूह AB है तथा 12 विद्यार्थियों का रक्त समूह O है।

30 विद्यार्थियों के रक्त समूह की बारंबारता बंटन सरणी:

रक्त समूह	विद्यार्थियों की संख्या
A	9
B	6
AB	3
O	12
कुल योग	30

इन विद्यार्थियों में O रक्त समूह अधिक सामान्य है और AB रक्त समूह विरलतम रक्त समूह है।

प्रश्न 2:

40 इंजीनियरों की उनके आवास से कार्य-स्थल की (किलोमीटर में) दूरियाँ ये हैं:

5	3	10	20	25	11	13	7	12	31
19	10	12	17	18	11	32	17	16	2
7	9	7	8	3	5	12	15	18	3
12	14	2	9	6	15	15	7	6	12

0 – 5 को (जिसमें 5 सम्मिलित नहीं है) पहला अंतराल लेकर ऊपर दिए हुए आंकड़ों से वर्ग-माप 5 वाली एक वर्गीकृत बारंबारता बंटन सरणी बनाइए। इस सरणी बद्ध निरूपण में आपको कौन-से मुख्य लक्षण देखने को मिलते हैं?

उत्तर 2:

यह दिया गया है कि 0 – 5 को (जिसमें 5 सम्मिलित नहीं है) पहला अंतराल लेकर दिए हुए आंकड़ों से वर्ग-माप 5 वाली एक वर्गीकृत बारंबारता बंटन सरणी बनानी है। यहाँ, आंकड़ों में न्यूनतम दूरी 2 है तथा अधिकतम दूरी 32 है। इसलिए, वर्ग अंतराल 0 – 5, 5 – 10, 10 – 15 आदि हैं।

अतः, वर्गीकृत बारंबारता बंटन सरणी नीचे दी गई है:

दूरी (किलोमीटर में)	मिलान चिन्ह	इंजीनियरों की संख्या
0 – 5	卌	5
5 – 10	卌 卌 |	11
10 – 15	卌 卌 |	11
15 – 20	卌 ||||	9
20 – 25	|	1
25 – 30	|	1
30 – 35	||	2
कुल योग		**40**

सरणी को देखकर यह ज्ञात होता है कि अधिकतर इंजीनियरों के आवास, कार्य-स्थल से 20 किलोमीटर की दूरी से कम है तथा कुछ ही इंजीनियरों का आवास कार्य स्थल से 20 किलोमीटर से अधिक दूरी पर है।

प्रश्न 3:

30 दिन वाले महीने में एक नगर की सापेक्ष आर्द्रता (% में) यह रही है:

98.1	98.6	99.2	90.3	86.5	95.3	92.9	96.3	94.2	95.1
89.2	92.3	97.1	93.5	92.7	95.1	97.2	93.3	95.2	97.3
96.2	92.1	84.9	90.2	95.7	98.3	97.3	96.1	92.1	89

(i) वर्ग 84 – 86, 86 – 88 आदि लेकर एक वर्गीकृत बारंबारता बंटन बनाइए।
(ii) क्या आप बता सकते हैं कि ये आंकड़े किस महीने या ऋतु से संबंधित हैं?
(iii) इन आंकड़ों का परिसर क्या है?

उत्तर 3:

(i) यहाँ, आंकड़ों में न्यूनतम आर्द्रता 84.9 है तथा अधिकतम आर्द्रता 99.2 है। इसलिए, वर्ग अंतराल 84 – 86, 86 – 88, 88 - 90 आदि हैं। वर्गीकृत बारंबारता बंटन सरणी नीचे दी गई है:

सापेक्ष आर्द्रता (% में)	दिनों की संख्या (बारंबारता)
84 – 86	1
86 – 88	1
88 - 90	2
90 – 92	2
92 – 94	7
94 – 96	6
96 – 98	7
98 – 100	4
कुल योग	**30**

(ii) ये आंकड़े वर्षा ऋतु से संबंधित हैं क्योंकि सापेक्ष आर्द्रता अधिक है।

(iii) आंकड़ों का परिसर = अधिकतम आर्द्रता – न्यूनतम आर्द्रता = 99.2 – 84.9 = 14.3

प्रश्न 4:

निकटतम सेंटीमीटरों में मापी गई 50 विद्यार्थियों की लंबाइयाँ ये हैं:

161	150	154	165	168	161	154	162	150	151
162	164	171	165	158	154	156	172	160	170
153	159	161	170	162	165	166	168	165	164
154	152	153	156	158	162	160	161	173	166
161	159	162	167	168	159	158	153	154	159

(i) 160 – 165, 165 – 170 आदि का वर्ग अंतराल लेकर ऊपर दिए गए आंकड़ों को एक वर्गीकृत बारंबारता बंटन सरणी के रूप में निरूपित कीजिए।
(ii) इस सरणी की सहायता से आप विद्यार्थियों की लंबाइयों के संबंध में क्या निष्कर्ष निकल सकते हैं?

उत्तर 4:

(i) यहाँ, आंकड़ों में न्यूनतम ऊँचाई 150 है तथा अधिकतम ऊँचाई 173 है। इसलिए, वर्ग अंतराल 150 – 155, 155 – 160, 160 – 165 आदि हैं। वर्गीकृत बारंबारता बंटन सरणी नीचे दी गई है:

ऊँचाई (सेंटीमीटरों में)	विद्यार्थियों की संख्या (बारंबारता)
150 – 155	12
155 – 160	9
160 – 165	14
165 – 170	10
170 – 175	5
कुल योग	**50**

(ii) 50% से अधिक विद्यार्थियों की लंबाई 165 cm से कम है।

Durga Tutorial
Banjapur
DurgaTutorial.com

प्रश्न 5:

एक नगर में वायु में सल्फर डाई-ऑक्साइड का सांद्रण भाग प्रति मिलियन [Part per million (ppm)] में ज्ञात करने के लिए एक अध्ययन किया गया। 30 दिनों के प्राप्त किए गए आंकड़े ये हैं:

0.03	0.08	0.08	0.09	0.04	0.17
0.16	0.05	0.02	0.06	0.18	0.20
0.11	0.08	0.12	0.13	0.22	0.07
0.08	0.01	0.10	0.06	0.09	0.18
0.11	0.07	0.05	0.07	0.01	0.04

(i) 0.00 – 0.04, 0.04 – 0.08 आदि का वर्ग अंतराल लेकर इन आंकड़ों की एक वर्गीकृत बारंबारता बंटन बनाइए।

(ii) सल्फर डाई-ऑक्साइड की सांद्रता कितने दिन 0.11 भाग प्रति मिलियन से अधिक रही?

उत्तर 5:

(i) यहाँ, आंकड़ों में न्यूनतम सांद्रण 0.01 है तथा अधिकतम सांद्रण 0.22 है। इसलिए, वर्ग अंतराल 0.00 – 0.04, 0.04 – 0.08, 0.08 – 0.12 आदि हैं। वर्गीकृत बारंबारता बंटन सरणी नीचे दी गई है:

सल्फर डाई-ऑक्साइड का सांद्रण (ppm में)	दिनों की संख्या (बारंबारता)
0.00 – 0.04	4
0.04 – 0.08	9
0.08 – 0.12	9
0.12 – 0.16	2
0.16 – 0.20	4
0.20 – 0.24	2
कुल योग	**30**

(ii) सल्फर डाई-ऑक्साइड की सांद्रता 8 दिन 0.11 भाग प्रति मिलियन से अधिक रही।

Durga Tutorial Baniapur
DurgaTutorial.com

प्रश्न 6:

तीन सिक्कों को एक साथ 30 बार उछाला गया। प्रत्येक बार चित (Head) आने की संख्या निम्न है:

0	1	2	2	1	2	3	1	3	0
1	3	1	1	2	2	0	1	2	1
3	0	0	1	1	2	3	2	2	0

ऊपर दिए गए आंकड़ों के लिए एक बारंबारता बंटन सरणी बनाइए।

उत्तर 6:

बारंबारता बंटन सरणी नीचे दी गई है:

चित आने की संख्या	बारंबारता
0	6
1	10
2	9
3	5
कुल योग	**30**

प्रश्न 7:

50 दशमलव स्थान तक शुद्ध π का मान नीचे दिया गया है:

3.14159265358979323846264338327950288419716939937510

(i) दशमलव बिंदु के बाद आने वाले 0 से 9 तक के अंकों का एक बारंबारता बंटन बनाइए।

(ii) सबसे अधिक बार और सबसे कम बार आने वाले अंक कौन-कौन से हैं?

उत्तर 7:

(i) बारंबारता बंटन सरणी नीचे दी गई है:

अंक	बारंबारता
0	2
1	5
2	5
3	8
4	4
5	5
6	4
7	4
8	5
9	8
कुल योग	**50**

(ii) सबसे अधिक बार आने वाले अंक 3 और 9 तथा सबसे कम बार आने वाला अंक 0 है।

Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com

प्रश्न 8:

तीस बच्चों से यह पूछा गया कि पिछले सप्ताह उन्होंने कितने घंटों तक टी.वी. के प्रोग्राम देखे। प्राप्त परिणाम ये रहे हैं:

1	6	2	3	5	12	5	8	4	8
10	3	4	12	2	8	15	1	17	6
3	2	8	5	9	6	8	7	14	12

(i) वर्ग-चौड़ाई 5 लेकर और एक वर्ग अंतराल को 5 – 10 लेकर इन आंकड़ों की एक वर्गीकृत बारंबारता बंटन सरणी बनाइए।

(ii) कितने बच्चों ने सप्ताह में 15 या अधिक घंटों तक टेलीविजन देखा?

उत्तर 8:

(i) यहाँ, आंकड़ों में न्यूनतम समय 1 घंटा है तथा अधिकतम समय 17 घंटे है। इसलिए, वर्ग अंतराल 0 – 5, 5 – 10, 10 – 15 आदि हैं। वर्गीकृत बारंबारता बंटन सरणी नीचे दी गई है:

टी.वी. देखने का समय (घंटों में)	बच्चों की संख्या (बारंबारता)
0 – 5	4
5 – 10	9
10 – 15	9
15 – 20	2
कुल योग	**30**

(ii) 2 बच्चों ने सप्ताह में 15 या अधिक घंटों तक टेलीविजन देखा।

प्रश्न 9:
एक कंपनी एक विशेष प्रकार की कार-बैट्री बनाती है। इस प्रकार की 40 बैट्रियों के जीवन-काल (वर्षों में) ये रहे हैं:

2.6	3.0	3.7	3.2	2.2	4.1	3.5	4.5
3.5	2.3	3.2	3.4	3.8	3.2	4.6	3.7
2.5	4.4	3.4	3.3	2.9	3.0	4.3	2.8
3.5	3.2	3.9	3.2	3.2	3.1	3.7	3.4
4.6	3.8	3.2	2.6	3.5	4.2	2.9	3.6

0.5 माप के वर्ग अंतराल लेकर तथा अंतराल 2 – 2.5 से प्रारंभ करके इन आंकड़ों की एक वर्गीकृत बारंबारता बंटन सरणी बनाइए।

उत्तर 9:
यहाँ, आंकड़ों में न्यूनतम जीवन-काल 2.2 वर्ष है तथा अधिकतम जीवन-काल 4.6 वर्ष है। इसलिए, वर्ग अंतराल 2.0 – 2.5, 2.5 – 3.0, 3.0 – 3.5 आदि हैं। वर्गीकृत बारंबारता बंटन सरणी नीचे दी गई है:

बैट्रियों के जीवन-काल (वर्षों में)	बैट्रियों की संख्या (बारंबारता)
2.0 – 2.5	2
2.5 – 3.0	6
3.0 – 3.5	14
3.5 – 4.0	11
4.0 – 4.5	4
4.5 – 5.0	3
कुल योग	**40**

Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com

प्रश्नावली 14.3

प्रश्न 1:

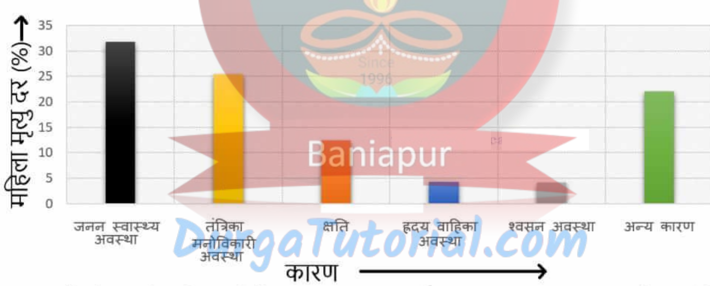
एक संगठन ने पूरे विश्व में 15 – 44 (वर्षों में) की आयु वाली महिलाओं में बीमारी और मृत्यु के कारणों का पता लगाने के लिए किए गए सर्वेक्षण से निम्नलिखित आंकड़े (% में) प्राप्त किए:

क्र. सं.	कारण	महिला मृत्यु दर (%)
1	जनन स्वास्थ्य अवस्था	31.8
2	तंत्रिका मनोविकारी अवस्था	25.4
3	क्षति	12.4
4	हृदय वाहिका अवस्था	4.3
5	श्वसन अवस्था	4.1
6	अन्य कारण	22.0

(i) ऊपर दी गई सूचनाओं को आलेखीय रूप में निरूपित कीजिए।
(ii) कौन-सी अवस्था पूरे विश्व की महिलाओं के खराब स्वास्थ्य और मृत्यु का बड़ा कारण है?
(iii) अपनी अध्यापिका की सहायता से ऐसे दो कारणों का पता लगाने का प्रयास कीजिए जिनकी ऊपर (ii) में मुख्य भूमिका रही हो।

उत्तर 1:

(i) कोई भी पैमाना लेकर क्षैतिज अक्ष पर कारणों को निरूपित करते हैं। सभी दंड समान चौड़ाई के होने चाहिए तथा उनके बीच समान दूरी हो। महिला मृत्यु दर (%) को ऊर्ध्वाधर अक्ष पर निरूपित करते हैं। क्योंकि अधिकतम दर (%) 31.8 है, इसलिए पैमाना 1 मात्रक = 5% ले सकते हैं।



(ii) जनन स्वास्थ्य अवस्था पूरे विश्व की महिलाओं के खराब स्वास्थ्य और मृत्यु का बड़ा कारण है। क्योंकि अधिकतम मृत्यु दर 31.8% इसी अवस्था में है।
(iii) चिकित्सा की सुविधाओं का आभाव तथा सही चिकित्सा पद्धति की कम जानकारी पूरे विश्व की महिलाओं के खराब स्वास्थ्य और मृत्यु का बड़ा कारण है।

प्रश्न 2:

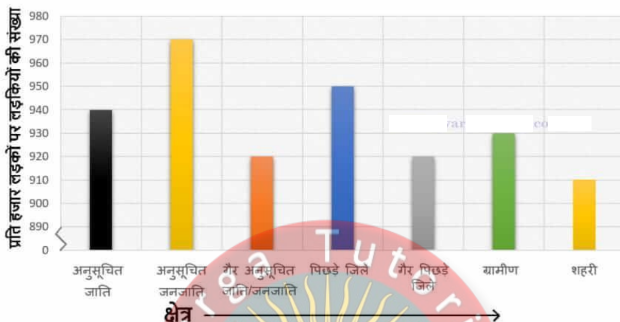
भारतीय समाज के विभिन्न क्षेत्रों में प्रति हजार लड़कों पर लड़कियों की (निकटतम दस तक की) संख्या के आंकड़े नीचे दिए गए हैं:

क्षेत्र	प्रति हजार लड़कों पर लड़कियों की संख्या
अनुसूचित जाति	940
अनुसूचित जनजाति	970
गैर अनुसूचित जाति/जनजाति	920
पिछड़े जिले	950
गैर पिछड़े जिले	920
ग्रामीण	930
शहरी	910

(i) ऊपर दी गई सूचनाओं को एक दंड आलेख द्वारा निरूपित कीजिए।
(ii) कक्षा में चर्चा करके, बताइए कि आप इस आलेख से कौन-कौन से निष्कर्ष निकल सकते हैं।

उत्तर 2:

(i) कोई भी पैमाना लेकर क्षैतिज अक्ष पर क्षेत्रों को निरूपित करते हैं। सभी दंड समान चौड़ाई के होने चाहिए तथा उनके बीच समान दूरी हो। प्रति हजार लड़कों पर लड़कियों की संख्या ऊर्ध्वाधर अक्ष पर निरूपित करते हैं। क्योंकि लड़कियों की संख्या 910 से 970 के बीच है, इसलिए पैमाना 1 मात्रक = 10 लड़की ले सकते हैं।



(ii) अनुसूचित जनजाति में प्रति हजार लड़कों पर लड़कियों की संख्या सबसे अधिक 970 है तथा शहरी क्षेत्रों में सबसे कम 910 है।

प्रश्न 3:

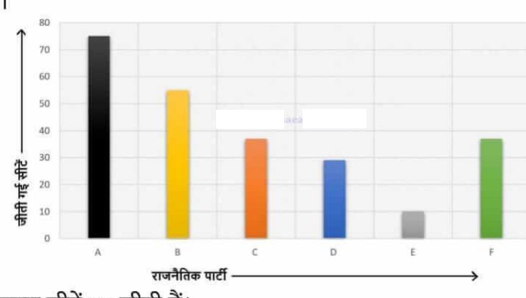
एक राज्य के विधान सभा के चुनाव में विभिन्न राजनैतिक पार्टियों द्वारा जीती गई सीटों के परिणाम नीचे दिए गए हैं:

राजनैतिक पार्टी	जीती गई सीटें
A	75
B	55
C	37
D	29
E	10
F	37

(i) मतदान के परिणामों को निरूपित करने वाला एक दंड आलेख खींचिए।
(ii) किस राजनैतिक पार्टी ने अधिकतम सीटें जीती हैं?

उत्तर 3:

(i) कोई भी पैमाना लेकर क्षैतिज अक्ष पर राजनैतिक पार्टियों को निरूपित करते हैं। सभी दंड समान चौड़ाई के होने चाहिए तथा उनके बीच समान दूरी हो। जीती गई सीटों को ऊर्ध्वाधर अक्ष पर निरूपित करते हैं। क्योंकि अधिकतम सीटें 75 हैं, इसलिए पैमाना 1 मात्रक = 10 सीटें ले सकते हैं।



(ii) राजनैतिक पार्टी A ने अधिकतम सीटें 75 जीती हैं।

Durga Tutorial Baniapur DurgaTutorial.com

प्रश्न 4:
एक पौधे की 40 पत्तियों की लंबाइयाँ एक मिलीमीटर तक शुद्ध मापी गई हैं और प्राप्त आंकड़ों को निम्नलिखित सरणी में निरूपित किया गया है:

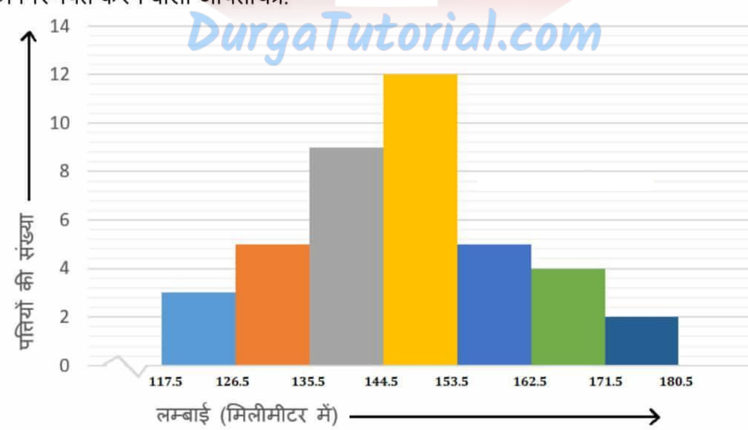
लम्बाई (मिलीमीटर में)	पत्तियों की संख्या
118 – 126	3
127 – 135	5
136 – 144	9
145 – 153	12
154 – 162	5
163 – 171	4
172 – 180	2

(i) दिए हुए आंकड़ों को निरूपित करने वाला एक आयतचित्र खींचिए।
(ii) क्या इन्हीं आंकड़ों को निरूपित करने वाला कोई अन्य उपयुक्त आलेख है?
(iii) क्या यह सही निष्कर्ष है कि 153 मिलीमीटर लम्बाई वाली पत्तियों की संख्या सबसे अधिक है? क्यों?

उत्तर 4:
(i) यहाँ वर्ग अंतराल संतत नहीं हैं, अतः उपरि सीमा में 0.5 बढ़ाकर तथा निम्न सीमा में 0.5 घटाकर इन वर्ग अंतरालों को संतत बनाया। इसलिए, वर्ग अंतराल 117.5 – 126.5, 126.5 – 135.5, 135.5 – 144.5 आदि हैं।

लम्बाई (मिलीमीटर में)	पत्तियों की संख्या
117.5 – 126.5	3
126.5 – 135.5	5
135.5 – 144.5	9
144.5 – 153.5	12
153.5 – 162.5	5
162.5 – 171.5	4
171.5 – 180.5	2

दिए हुए आंकड़ों को निरूपित करने वाला आयतचित्र:



(ii) इन्हीं आंकड़ों को निरूपित करने वाला अन्य उपयुक्त आलेख बारंबारता बहुभुज है।
(iii) नहीं, क्योंकि मिलीमीटर 144.5 से 153.5 मिलीमीटर के बीच की लम्बाई वाली पत्तियों की संख्या सबसे अधिक 12 है, परन्तु इसका अर्थ यह कदापि नहीं है कि प्रत्येक पत्ती की लंबाई 153 मिलीमीटर है।

Baniapur
DurgaTutorial.com

प्रश्न 5:

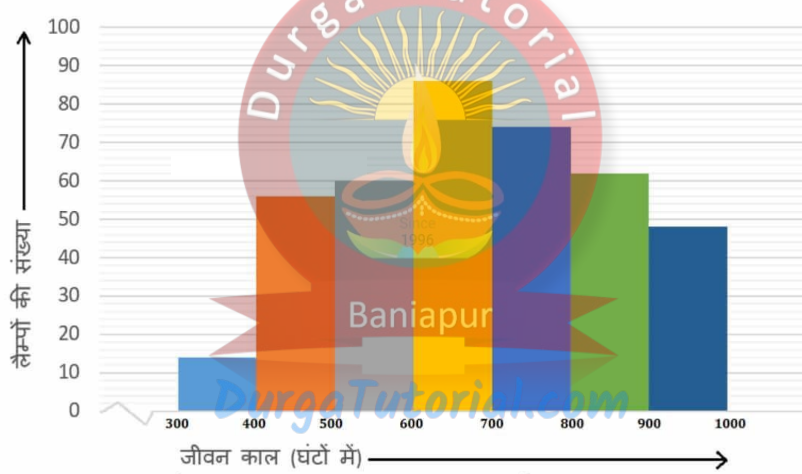
नीचे की सरणी में 400 नियॉन लैम्पों के जीवन काल दिए गए हैं:

जीवन काल (घंटों में)	लैम्पों की संख्या
300 – 400	14
400 – 500	56
500 – 600	60
600 – 700	86
700 – 800	74
800 – 900	62
900 – 1000	48

(i) एक आयतचित्र की सहायता से दी हुई सूचनाओं को निरूपित कीजिए।
(ii) कितने लैम्पों के जीवन काल 700 घंटों से अधिक हैं?

उत्तर 5:

(i) दिए हुए आंकड़ों को निरूपित करने वाला आयतचित्र:



(ii) 184 (74 + 62 + 48 = 184) लैम्पों के जीवन काल 700 घंटों से अधिक हैं।

प्रश्न 6:

नीचे की दो सारणियों में प्राप्त किए गए अंकों के अनुसार दो सेक्शनों के विद्यार्थियों का बंटन दिया गया है:

सेक्शन A		सेक्शन B	
अंक	बारंबारता	अंक	बारंबारता
0 – 10	3	0 – 10	5
10 – 20	9	10 – 20	19
20 – 30	17	20 – 30	15
30 – 40	12	30 – 40	10
40 – 50	9	40 – 50	1

दो बारंबारता बहुभुजों की सहायता से एक ही आलेख पर दोनों सेक्शनों के विद्यार्थियों के प्राप्तांक निरूपित कीजिए। दोनों बहुभुजों का अध्ययन करके दोनों सेक्शनों के निष्पादनों की तुलना कीजिए।

उत्तर 6:

सेक्शन A			सेक्शन B		
अंक	वर्ग - चिन्ह	बारंबारता	अंक	वर्ग - चिन्ह	बारंबारता
0 – 10	5	3	0 – 10	5	5
10 – 20	15	9	10 – 20	15	19
20 – 30	25	17	20 – 30	25	15
30 – 40	35	12	30 – 40	35	10
40 – 50	45	9	40 – 50	45	1

दिए हुए आंकड़ों को निरूपित करने वाला बारंबारता बहुभुज:

दोनों बहुभुजों का अध्ययन करके यह पता चलता है कि सेक्शन A के विद्यार्थियों के प्राप्तांक सेक्शन B से बेहतर हैं।

प्रश्न 7:

एक क्रिकेट मैच में दो टीमों A और B द्वारा प्रथम 60 गेंदों में बनाए गए रन नीचे दिए गए है:

गेंदों की संख्या	टीम A	टीम B
1 – 6	2	5
7 – 12	1	6
13 – 18	8	2
19 – 24	9	10
25 – 30	4	5
31 – 36	5	6
37 – 42	6	3
43 – 48	10	4
49 – 54	6	8
55 – 60	2	10

Durga Tutorial Baniapur DurgaTutorial.com

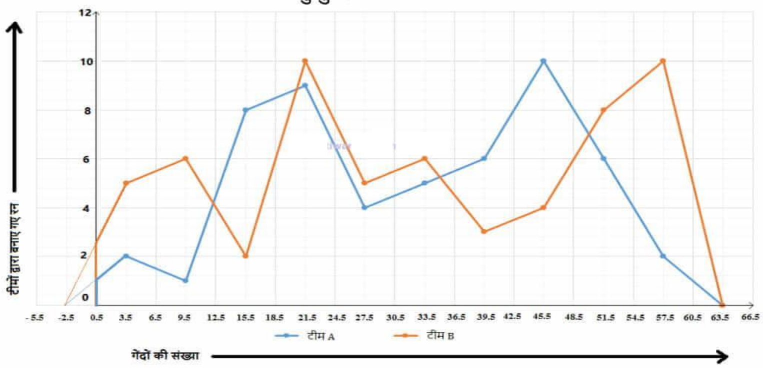
बारंबारता बहुभुजों की सहायता से एक ही आलेख पर दोनों टीमों के आंकड़े निरूपित कीजिए।
(**संकेत**: पहले वर्ग अंतरालों को संतत बनाइए)

उत्तर 7:

यहाँ वर्ग अंतराल संतत नहीं हैं, अतः उपरि सीमा में 0.5 बढ़ाकर तथा निम्न सीमा में 0.5 घटाकर इन वर्ग अंतरालों को संतत बनाया। इसलिए, वर्ग अंतराल 0.5 –6.5, 6.5 – 12.5, 12.5 – 18.5 आदि हैं।

गेंदों की संख्या	वर्ग - चिन्ह	टीम A	टीम B
0.5 – 6.5	3.5	2	5
6.5 – 12.5	9.5	1	6
12.5 – 18.5	15.5	8	2
18.5 – 24.5	21.5	9	10
24.5 – 30.5	27.5	4	5
30.5 – 36.5	33.5	5	6
36.5 – 42.5	39.5	6	3
42.5 – 48.5	45.5	10	4
48.5 – 54.5	51.5	6	8
54.5 – 60.5	57.5	2	10

दिए हुए आंकड़ों को निरूपित करने वाला बारंबारता बहुभुज:



प्रश्न 8:

एक पार्क में खेल रहे विभिन्न आयु वर्गों के बच्चों की संख्या का एक यादृच्छिक सर्वेक्षण (Random survey) करने पर निम्नलिखित आंकड़े प्राप्त हुए:

आयु (वर्षों में)	बच्चों की संख्या
1 – 2	5
2 – 3	3
3 – 5	6
5 – 7	12
7 – 10	9
10 – 15	10
15 – 17	4

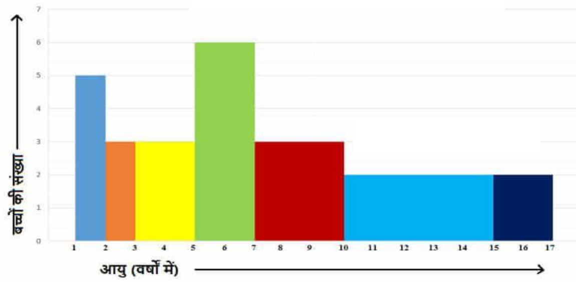
ऊपर दिए आंकड़ों को निरूपित करने वाला एक आयतचित्र खीचिए।

उत्तर 8:

आयतों के क्षेत्रफल आयतचित्र की बारंबारताओं के समानुपाती होते हैं। परन्तु, क्योंकि यहाँ आयतों की चौड़ाइयाँ बदल रही हैं, इसलिए आयतों की लंबाइयों में कुछ परिवर्तन करने की आवश्यकता है जिससे कि क्षेत्रफल पुनः बारंबारताओं के समानुपाती हो जाए।

आयु (वर्षों में)	बच्चों की संख्या	वर्ग की चौड़ाई	आयत की लंबाई
1 – 2	5	1	$\frac{5}{1} \times 1 = 5$
2 – 3	3	1	$\frac{3}{1} \times 1 = 3$
3 – 5	6	2	$\frac{6}{2} \times 1 = 3$
5 – 7	12	2	$\frac{12}{2} \times 1 = 6$
7 – 10	9	3	$\frac{9}{3} \times 1 = 3$
10 – 15	10	5	$\frac{10}{5} \times 1 = 2$
15 – 17	4	2	$\frac{4}{2} \times 1 = 2$

Durga Tutorial Baniapur DurgaTutorial.com



प्रश्न 9:
एक स्थानीय टेलीफोन निर्देशिका से 100 कुलनाम (Surname) यदृच्छया लिए गए और उनसे अंग्रेजी वर्णमाला के अक्षरों की संख्या का निम्न बारंबारता बंटन प्राप्त किया गया:

अंग्रेजी वर्णमाला के अक्षरों की संख्या	कुलनामों की संख्या
1 – 4	6
4 – 6	30
6 – 8	44
8 – 12	16
12 – 20	4

(i) दी हुई सूचनाओं को निरूपित करने वाला एक आयतचित्र खींचिए।
(ii) वह वर्ग अंतराल बताइए जिसमें अधिकतम संख्या में कुलनाम हैं।

उत्तर 9:
(i) आयतों के क्षेत्रफल आयतचित्र की बारंबारताओं के समानुपाती होते हैं। परन्तु, क्योंकि यहाँ आयतों की चौड़ाइयाँ बदल रही हैं, इसलिए आयतों की लंबाइयों में कुछ परिवर्तन करने की आवश्यकता है जिससे कि क्षेत्रफल पुनः बारंबारताओं के समानुपाती हो जाए।

अंग्रेजी वर्णमाला के अक्षरों की संख्या	कुलनामों की संख्या	वर्ग की चौड़ाई	आयत की लंबाई
1 – 4	6	3	$\frac{6}{3} \times 2 = 4$
4 – 6	30	2	$\frac{30}{2} \times 2 = 30$
6 – 8	44	2	$\frac{44}{2} \times 2 = 44$
8 – 12	16	4	$\frac{16}{4} \times 2 = 8$
12 – 20	4	8	$\frac{4}{8} \times 2 = 1$

(ii) वर्ग अंतराल 6 – 8 में अधिकतम संख्या में कुलनाम हैं।

Durga Tutorial Banjapur DurgaTutorial.com

प्रश्नावली 14.4

प्रश्न 1:

एक टीम ने फुटबाल के 10 मैचों में निम्नलिखित गोल किए:

2, 3, 4, 5, 0, 1, 3, 3, 4, 3

इन गोलों के माध्य, माध्यक और बहुलक ज्ञात कीजिए।

उत्तर 1:

$$\text{माध्य} = \frac{\text{प्रेक्षणों के सभी मानों का योग}}{\text{प्रेक्षणों की कुल संख्या}} = \frac{2+3+4+5+0+1+3+3+4+3}{10} = \frac{28}{10} = 2.8 \text{ गोल}$$

प्रेक्षणों को आरोही क्रम में व्यवस्थित करने पर:

0, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 5

प्रेक्षणों की कुल संख्या = 10

10 सम संख्या है, इसलिए माध्यक 5वें $\left[\left(\frac{n}{2}\right)\text{वें}\right]$ और 6वें $\left[\left(\frac{n}{2}+1\right)\text{वें}\right]$ प्रेक्षणों के मानों का माध्य होगा।

अतः,

$$\text{माध्यक} = \frac{1}{2}\left(5\text{वां प्रेक्षण} + 6\text{वां प्रेक्षण}\right) = \frac{1}{2}(3+3) = 3$$

बहुलक सबसे अधिक बार आने वाला प्रेक्षण का मान होता है। क्योंकि प्रेक्षण 3 सबसे अधिक (4 बार) आया है। अतः दिए गए प्रेक्षणों का बहुलक 3 है।

प्रश्न 2:

गणित की परीक्षा में 15 विद्यार्थीयों ने (100 में से) निम्लिखित अंक प्राप्त किए:

41, 39, 48, 52, 46, 62, 54, 40, 96, 52, 98, 40, 42, 52, 60

इन आकंड़ो के माध्य, माध्यक और बहुलक ज्ञात कीजिए।

उत्तर 2:

$$\text{माध्य} = \frac{\text{प्रेक्षणों के सभी मानों का योग}}{\text{प्रेक्षणों की कुल संख्या}}$$

$$= \frac{41+39+48+52+46+62+54+40+96+52+98+40+42+52+60}{15}$$

$$= \frac{822}{10} = 54.8$$

प्रेक्षणों को आरोही क्रम में व्यवस्थित करने पर:

39, 40, 40, 41, 42, 46, 48, 52, 52, 52, 54, 60, 62, 96, 98

प्रेक्षणों की कुल संख्या = 15

15 विषम संख्या है, इसलिए माध्यक 8वें $\left[\left(\frac{n+1}{2}\right)\text{वें}\right]$ प्रेक्षण का मान होगा।

अतः,

$\text{माध्यक} = 8\text{वां प्रेक्षण} = 52$

बहुलक सबसे अधिक बार आने वाला प्रेक्षण का मान होता है। क्योंकि प्रेक्षण 52 सबसे अधिक (3 बार) आया है। अतः दिए गए प्रेक्षणों का बहुलक 52 है।

DurgaTutorial.com

प्रश्न 3:

निम्लिखित प्रेक्षणों को आरोही क्रम में व्यवस्थित किया गया है। यदि आंकड़ों का माध्यक 63 हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए:

29, 32, 48, 50, x, $x+2$, 72, 78, 84, 95

उत्तर 3:

प्रेक्षणों की कुल संख्या = 10

10 सम संख्या है, इसलिए माध्यक 5वें $\left[\left(\frac{n}{2}\right)\right.$वें$\left.\right]$ और 6वें $\left[\left(\frac{n}{2}+1\right)\right.$वें$\left.\right]$ प्रेक्षणों के मानों का माध्य होगा।

अतः,

माध्यक $=\frac{1}{2}($5वां प्रेक्षण + 6वां प्रेक्षण$)$

$\Rightarrow 63=\frac{1}{2}[(x)+(x+2)]$

$\Rightarrow 63=\frac{1}{2}[2x+2]$

$\Rightarrow 63=x+1$

$\Rightarrow x=62$

अतः, x का मान 62 है।

प्रश्न 4:

आकंड़ो 14, 25, 14, 28, 18, 17, 18, 14, 23, 22, 14, 18 का बहुलक ज्ञात कीजिए।

उत्तर 4:

प्रेक्षणों को आरोही क्रम में व्यवस्थित करने पर:

14, 14, 14, 14, 17, 18, 18, 18, 22, 23, 25, 28

बहुलक सबसे अधिक बार आने वाला प्रेक्षण का मान होता है। क्योंकि प्रेक्षण 14 सबसे अधिक (4 बार) आया है।
अतः, दिए गए प्रेक्षणों का बहुलक 14 है।

Durga Tutorial Banjapur Since 1996
DurgaTutorial.com

प्रश्न 5:

निम्न सरणी से एक फैक्टरी में काम कर रहे 60 कर्मचारियों का माध्य वेतन ज्ञात कीजिए:

वेतन (रुपयों में)	कर्मचारियों की संख्या
3000	16
4000	12
5000	10
6000	8
7000	6
8000	4
9000	3
10000	1
कुल योग	60

उत्तर 5:

वेतन (रुपयों में) x_i	कर्मचारियों की संख्या f_i	$f_i x_i$
3000	16	3000×16 = 48000
4000	12	4000×12 = 48000
5000	10	5000×10 = 50000
6000	8	6000×8 = 48000
7000	6	7000×6 = 42000
8000	4	8000×4 = 32000
9000	3	9000×3 = 27000
10000	1	10000×1 = 10000
कुल योग	60	305000

माध्य $= \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{305000}{60} = 5083.33$

अतः, फैक्टरी में काम कर रहे 60 कर्मचारियों का माध्य वेतन 5083.33 है।

प्रश्न 6:

निम्न स्थिति पर आधारित एक उदाहरण दीजिए:

(i) माध्य ही केन्द्रीय प्रवृत्ति का उपयुक्त माप है।

(ii) माध्य केन्द्रीय प्रवृत्ति का उपयुक्त माप नहीं है, जबकि माध्यक एक उपयुक्त माप है।

उत्तर 6:

आंकड़ों के चरम मानों से माध्य प्रभावित होता है। यदि आंकड़ों के कुछ अंकों में अंतर बहुत अधिक हो, तो इस स्थिति में माध्य इन आंकड़ों का उत्तम प्रतिनिधित्व नहीं करता। क्योंकि आंकड़ों में उपस्थित चरम मानों से माध्यक और बहुलक प्रभावित नहीं होते हैं, इसलिए इस स्थिति में इनसे दिए हुए आंकड़ों का एक उत्तम प्रतिनिधित्व होता है।

(i) माना निम्नलिखित आंकड़े किसी परिवार के सदस्यों की ऊँचाइएयां है।

154.9 cm, 162.8 cm, 170.6 cm, 158.8 cm, 163.3 cm, 166.8 cm, 160.2 cm

यहाँ आंकड़ों के अंकों में अंतर बहुत कम है, तो इस स्थिति में माध्य इन आंकड़ों का उत्तम प्रतिनिधित्व करता है।

(ii) माना निम्नलिखित आंकड़े, गणित की परीक्षा में 12 विद्यार्थीयों द्वारा (100 में से) प्राप्त किए अंक हैं:

48, 59, 46, 52, 54, 46, 97, 42, 49, 58, 60, 99

यहाँ आंकड़ों के अंकों में अंतर बहुत अधिक है, तो इस स्थिति में माध्य इन आंकड़ों का उत्तम प्रतिनिधित्व नहीं करता है। क्योंकि आंकड़ों में उपस्थित चरम मानों से माध्यक प्रभावित नहीं होते हैं, इसलिए इस स्थिति में माध्यक दिए हुए आंकड़ों का एक उत्तम प्रतिनिधित्व है।

Durga Tutorial Since 1996 Baniapur DurgaTutorial.com