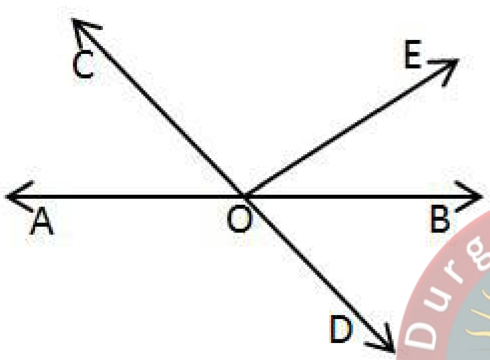
6. रेखाएँ और कोण

अभ्यास 6.1

Q1. आकृति. 6.13 में, रेखाएँ AB और CD बिंदु O पर प्रतिच्छेद करती हैं | यदि ∠AOC + ∠ BOE = 70° है और ∠BOD = 40° है तो ∠BOE और प्रतिवर्ती ∠COE ज्ञात कीजिए |

हल:



Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com

∠BOD = 40°

∠AOC = ∠BOD (शीर्षाभिमुख कोण)

∠AOC = 40°

∠AOC + ∠ BOE = 70° (दिया है)

∠BOE = 70°

∠BOE = 70° - 40°

∠BOE = 30°

चूँकि, AOB एक सरल रेखा है |

इसलिए, ∠AOC + ∠COE +∠BOE = 180° (रैखिक युग्म)

⇒ 70° + ∠COE = 180°

⇒ ∠COE = 180° - 70°

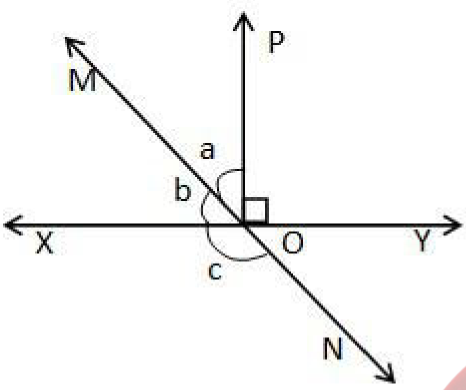
⇒ ∠COE = 110°

प्रतिवर्ती ∠COE = 360 - 110°

= 250°

Q2. आकृति 6.14 में, रेखाएँ XY और MN बिंदु O पर प्रतिच्छेद करती हैं | यदि ∠POY = 90° और *a* : *b* = 2 : 3 है तो *c* ज्ञात कीजिए |

हल :



∠POY=90° (दिया है)

माना ∠a और ∠b = 2x और 3x है |

चूँकि, XOY एक सरल रेखा है |

इसलिए, ∠a + ∠b + ∠POY = 180° (रैखिक युग्म)

⇒ 2x + 3x + 90°= 180°

⇒ 5x = 180° - 90°

⇒ 5x = 90°

⇒ x = 90°/5

⇒ x = 18°

अब, ∠a = 2 x 18°

= 36°

∠b =3 x 18°

= 54°

यहाँ, MON भी एक सरल रेखा है |

Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com

$\angle b + \angle c = 180°$(रैखिक युग्म)

$\angle 54° + \angle c = 180°$

$\Rightarrow \angle c = 180° - 54°$

$= 126°$

Q3. आकृति 6.15 में, ∠PQR = ∠PRQ है, सिद्ध कीजिए कि ∠PQS = ∠PRT है |

हल :

दिया है : ∠PQR = ∠PRQ

सिद्ध करना है : ∠PQS = ∠PRT

प्रमाण :

∠PQS + ∠PQR = 180° .... (1) रैखिक युग्म

∠PRT + ∠PRQ = 180° .... (2) रैखिक युग्म

समीकरण (1) तथा (2) से

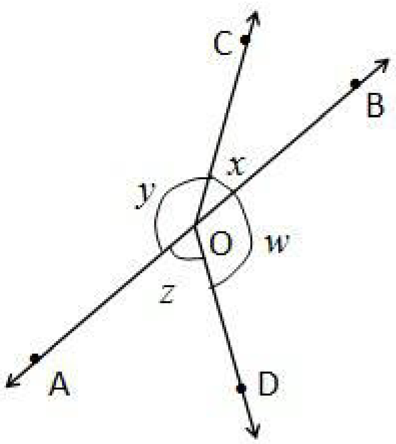
∠PQS + ∠PQR = ∠PRT + ∠PRQ

Or, ∠PQS + ∠PQR = ∠PRT + ∠PQR (∠PQR = ∠PRQ दिया है)

Or, ∠PQS + ∠PQR = ∠PRT + ∠PQR

Or, ∠PQS = ∠PRT सिद्ध हुआ |

Q4. आकृति 6.16 में, यदि x + y = w + y है, तो सिद्ध कीजिए कि AOB एक सरल रेखा है|



हल:

Durga Tutorial Banjapur DurgaTutorial.com

दिया है : $x + y = w + z$

सिद्ध करना है : AOB एक सरल रेखा है |

प्रमाण : $x + y + w + z = 360^\circ$

अथवा $x + y + x + y = 360^\circ$

$\Rightarrow \quad 2x + 2y = 360^\circ$

$\Rightarrow \quad 2(x + y) = 360^\circ$

$\Rightarrow \quad x + y = 180^\circ$ (रैखिक युग्म)

जब कोई संलग्न दो कोणों का योग 180° होता है तो रेखा सीधी एवं सरल होती है |

अत: AOB एक सरल रेखा है | **Proved**

Q5. आकृति 6.17 में, POQ एक रेखा है | किरण OR रेखा PQ पर लम्ब है | किरणों OP और OR के बीच में OS एक अन्य किरण है | सिद्ध कीजिए :

$$\angle ROS = \frac{1}{2}(\angle QOS - \angle POS)$$

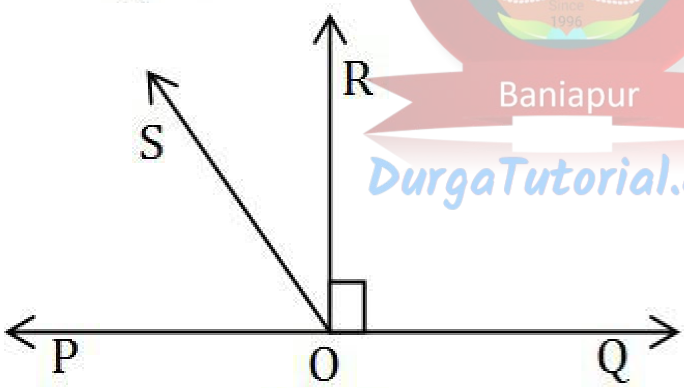


Fig. 5

Durga Tutorial Since 1996 Baniapur DurgaTutorial.com

हल:

दिया है : POQ एक रेखा है और OR ⊥ PQ तथा OS ∠POR के बीच एक किरण है |

सिद्ध करना है :

$$\angle ROS = \frac{1}{2}(\angle QOS - \angle POS)$$

प्रमाण : $\angle ROQ = 90^\circ$ (दिया है)

अब, $\angle POR + \angle ROQ = 180^\circ$ .... रैखिक युग्म

या $\angle POR + 90^\circ = 180^\circ$

या $\angle POR = 180^\circ - 90^\circ$

या $\angle POR = 90^\circ$

$\angle ROS = \angle POR - \angle POS$ .... (1)

और

$\angle ROS = \angle QOS - \angle ROQ$ .... (2)

समीकरण (1) तथा (2) को जोड़ने पर

$$\angle ROS + \angle ROS = \angle QOS - \angle ROQ + \angle POR - \angle POS$$

अथवा $2\angle ROS = \angle QOS - 90^\circ + 90^\circ - \angle POS$

अथवा $2\angle ROS = \angle QOS - \angle POS$

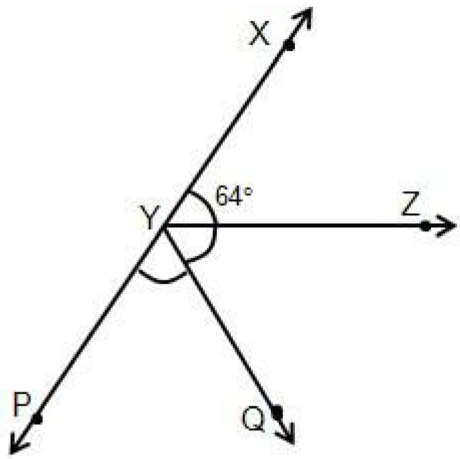
$$\angle ROS = \frac{1}{2}(\angle QOS - \angle POS)$$

Proved

DurgaTutorial.com

Q6. यह दिया है कि $\angle XYZ = 64^\circ$ है और XY को बिंदु P तक बढाया गया है | दी हुई सुचना से एक आकृति खींचिए | यदि किरण YQ, $\angle ZYP$ को समद्विभाजित करती है, तो $\angle XYQ$ और प्रतिवर्ती $\angle QYP$ के मान ज्ञात कीजिए |

हल :



∠ XYZ = 64°

YQ, ∠ ZYP को समद्विभाजित करती है;

इसलिए

∠ QYP = ∠ ZYQ .... (1)

XY को बिंदु P तक बढाया गया है |

∴ XYP एक सरल रेखा है |

अत: ∠ XYZ + ∠ QYP + ∠ ZYQ = 180°

(रैखिक युग्म)

Durga Tutorial
Since 1996
Baniapur
DurgaTutorial.com

64° + ∠ QYP + ∠ QYP = 180°

2∠ QYP = 180° - 64°

2∠ QYP = 116°

∠ QYP = 58°

∠ QYP = ∠ ZYQ = 58°

∠ XYQ = ∠XYZ + ∠ ZYQ

= 64° + 58°

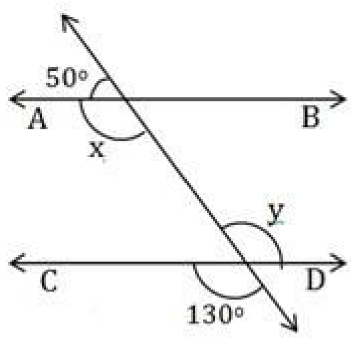
= 122°

प्रतिवर्ती ∠ QYP = 360° - 58° = 302°

प्रश्नावली 6.2

Q1. आकृति 6.28 में, x और y के मान ज्ञात कीजिए और फिर दर्शाइए कि AB || CD है।

हल :



$x + 50° = 180°$ (रैखिक युग्म)

⇒ $x = 180° - 50°$

⇒ $x = 130°$

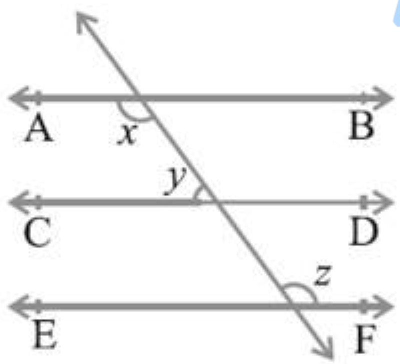
$y = 130°$

$x = y = 130°$ (एकांतर कोण गुणधर्म से)

AB || CD

Durga Tutorial
Banjapur
DurgaTutorial.com

Q2. आकृति 6.29 में, यदि AB || CD, CD || EF और y : z = 3 : 7 है, तो x का मान ज्ञात कीजिए |



हल :

AB || CD .... (1) दिया है ;

CD || EF .... (2) दिया है ;

समीकरण (1) तथा (2) से हम पाते है कि

AB || EF ....(3)

∴ $x = z$ .... (4) एकांतर कोण

अब, $y = 3k$ तथा $z = 7k$ माना

AB || CD दिया है;

∴ $x + y = 180°$ (एक ही ओर के अंत: कोणों का योग)

अथवा $z + y = 180°$

⇒ $7k + 3k = 180°$

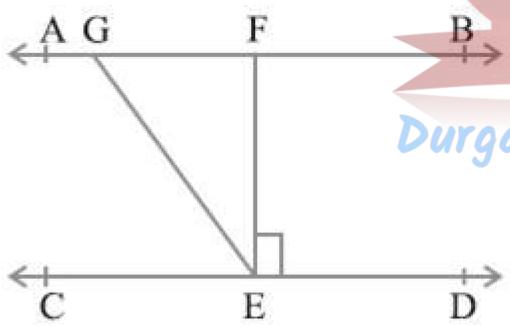
⇒ $10k = 180°$

⇒ $k = 18°$

चूँकि $x = z$ समी० (4) से

∴ $x = 7k = 7 \times 18° = 126°$ **उत्तर**

Q3. आकृति 6.30 में, यदि AB || CD, EF ⊥ CD और ∠ GED = 126° है,तो ∠ AGE, ∠GEF और ∠ FGE ज्ञात कीजिए |



Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com

हल : ∠GED = 126°

AB || CD दिया है |

∴ ∠AGE = ∠GED (एकांतर कोण)

अत : ∠AGE = 126°

∠GED = 126°

∠GED = ∠GEF + ∠FED = 126°

∠GEF + ∠FED = 126°

$\angle GEF + 90° = 126°$ ($\because EF \perp CD \therefore \angle FED = 90°$)

$\angle GEF = 126° - 90°$

$\angle GEF = 36°$

अब,

$\angle AGE + \angle FGE = 180°$ (रैखिक युग्म)

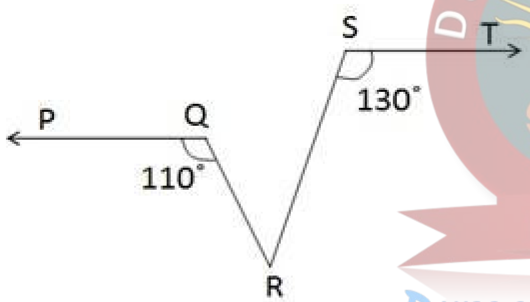
$126° + \angle FGE = 180°$

$\angle FGE = 180° - 126°$

$\angle FGE = 54°$

$\angle AGE = 126°$, $\angle GEF = 36°$ और $\angle FGE = 54°$

Q4.आकृति 6.31 में, यदिPQ || ST, ∠ PQR = 110° और ∠ RST = 130° है, तो ∠QRS ज्ञात कीजिए |



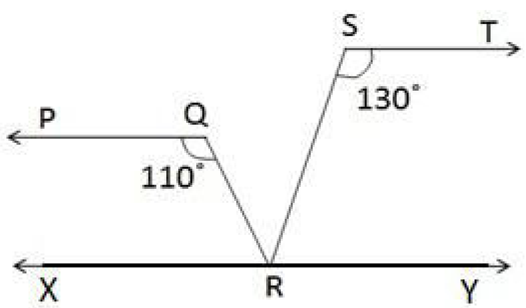
Durga Tutorial
Since 1996
Baniapur
DurgaTutorial.com

[संकेत : बिंदु R से होकर ST के समांतर एक रेखा खिचिए |

हल :

रचना : बिंदु R से होकर XY || ST खिंचा |

PQ || ST .... (1) दिया है |



XY || ST ....(2) रचना से

समी० (1) तथा (2) से

PQ || XY .... (3)

XY || ST रचना से

$\angle RST + \angle SRY = 180°$ (एक ही ओर के अंत:कोणों का योग)

$\Rightarrow$ $130° + \angle SRY = 180°$

$\Rightarrow$ $\angle SRY = 180° - 130°$

$\Rightarrow$ $\angle SRY = 50°$

PQ || XY .... (3) से

$\therefore$ $\angle PQR = \angle QRY$ (एकांतर कोण)

$110° = \angle QRS + \angle SRY$

$110° = \angle QRS + 50°$

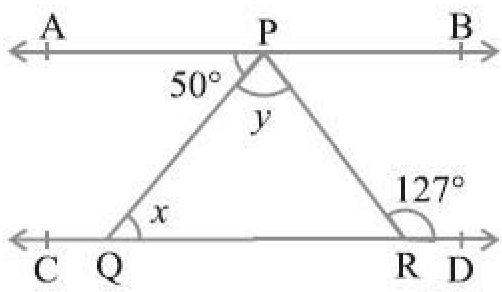
$\angle QRS = 110° - 50°$

$\angle QRS = 60°$

Durga Tutorial
Baniapur

Q5 आकृति6.32 में, यदि AB || CD, ∠ APQ = 50° और ∠ PRD = 127° है ,तो x और Y ज्ञात कीजिए |

DurgaTutorial.com



हल: ∠ APQ = 50° और ∠ PRD = 127°

AB || CD दिया है |

$\therefore$ $\angle APQ = \angle PQR$ (एकांतर कोण)

या $x = 50°$

पुन: ∠APR = ∠PRD   (एकांतर कोण)

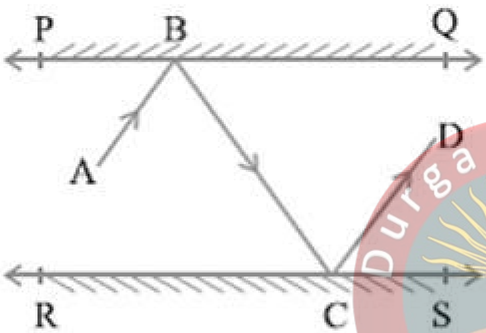
या $y + 50° = 127°$

या $y = 127° - 50°$

या $y = 77°$

$x = 50°$ और $y = 77°$

Q6.आकृति6.33 में ,PQ और RS दो है जो एक दूसरे के सामान्तर रखे गए है | या आपतन किरण (incident ray)AB,दर्पण PQ से B पर टकराती है और प्रवार्तित किरण (reflected ray) पथ BC पर टकराती है तथा पुनः CD के अनुदिश प्रवार्तित हो जाती है | सिद्ध कीजिए कि AB||CD है |



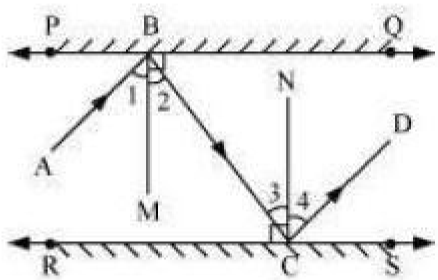
हल:

दिया है: PQ || RS और AB एक आपतन कोण है, CD एक परावर्तित किरण है |

सिद्ध करना है : AB || CD

रचना :

BM ⊥ PQ और CN ⊥ RS खिंचा |



प्रमाण :

BM ⊥ PQ and CN ⊥ RS

∴ BM || CM और BC एक तिर्यक रेखा है |

Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com

$\therefore \angle 2 = \angle 3$ .... (1) (एकांतर अंत:कोण)

जबकि हम जानते है कि -

आपतन कोण = परावर्तन कोण, जहाँ BM और CN अभिलंब हैं |

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ .... (2)

इसीप्रकार,

$\therefore \angle 3 = \angle 4$ .... (3)

समी०(1) (2) और (3) से हम पाते है |

$\angle 1 = \angle 4$ .... (4)

समी० (1) तथा (4) को जोड़ने पर

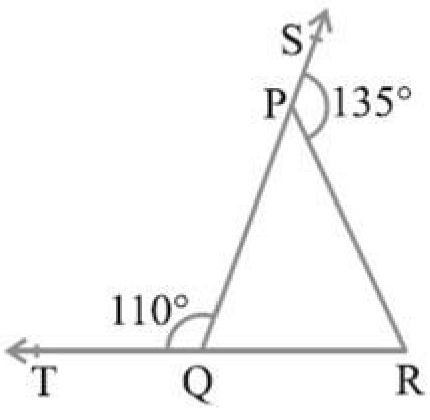
$\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4$

$\angle ABC = \angle BCD$ (एकांतर अत: कोण)

इसलिए, AB || CD **Proved**

प्रश्नावली 6.3

Q1. आकृति 6.39 में, Δ PQR की भुजाओं QP और RQ को क्रमश: बिन्दुओं S और T तक बढाया गया है | यदि ∠SPR = 135° है और ∠PQT = 110° है, तो ∠PRQ ज्ञात कीजिए |



हल :

$\angle QPR + \angle SPR = 180°$ (रैखिक युग्म)

$\Rightarrow \angle QPR + 135° = 180°$

$\Rightarrow \angle QPR = 180° - 135°$

⇒ $\angle QPR = 45°$

इसीप्रकार,

$\angle PQR + \angle TQP = 180°$ (रैखिक युग्म)

⇒ $\angle PQR + 110° = 180°$

⇒ $\angle PQR = 180° - 110°$

⇒ $\angle PQR = 70°$

अब त्रिभुज PQR में,

$\angle QPR + \angle PQR + \angle PRQ = 180°$

$45° + 70° + \angle PRQ = 180°$

$115° + \angle PRQ = 180°$

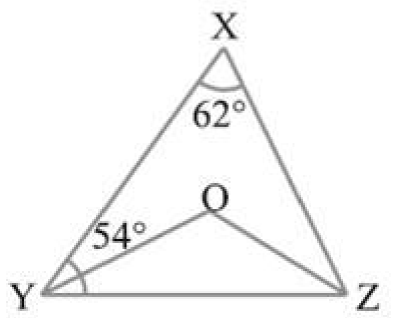
$\angle PRQ = 180° - 115°$

$\angle PRQ = 65°$

Q2. आकृत 6.40 में, ∠ X = 62° और XYZ = 54° है | यदि YO और ZO क्रमश: Δ XYZ के ∠ XYZ और ∠ XZY के समद्विभाजक है, तो ∠ OZY और ∠ YOZ ज्ञात कीजिए |

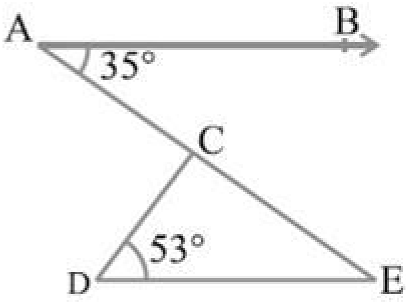
Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com

हल :



Q3. आकृति 6.41 में, यदि AB || DE, ∠ BAC = 35° और ∠ CDE = 53° है तो ∠ DCE ज्ञात कीजिए |

हल :



Q4. आकृति, 6.42 में, यदि रेखाएँ PQ और RS बिंदु T पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करती है कि ∠PRT = 40°, ∠ RPT = 95° और ∠ TSQ = 75° है तो ∠ SQT ज्ञात कीजिए |

Q5. आकृति 6.43 में यदि PQ ⊥ PS, PQ || SR, ∠ SQR = 28° और ∠ QRT = 65° है तो x और y के मान ज्ञात कीजिए |

Q6. आकृति 6.44 में, Δ PQR कि भुजा QR को बिंदु S तक बढाया गया है | यदि ∠PQR और

∠ PRS के समद्विभाजक बिंदु T पर मिलते है, तो सिद्ध कीजिए कि ∠ QTR = ½ ∠ QPR है |

Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com