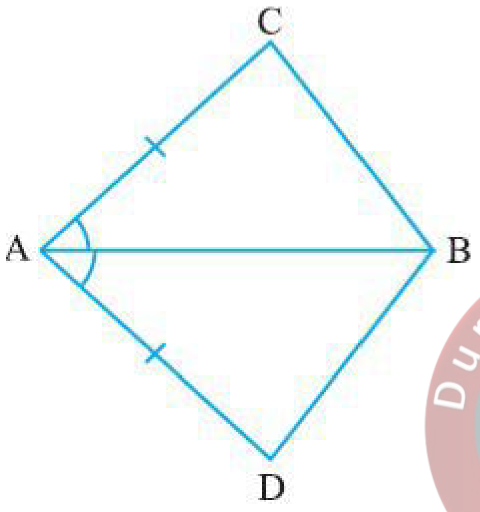
7. त्रिभुज

प्रश्नावली 7.1

Q1. चतुर्भुज ACBD में, AC = AD है और AB, ∠A को समद्विभाजित करता है | (see Fig. 7.16). दर्शाइए Δ ABC ≅ Δ ABD है |

हल:



दिया है : AC = AD और AB ∠A को समद्विभाजित करता है |

सिद्ध करना : Δ ABC ≅ Δ ABD.

Durga Tutorial Baniapur DurgaTutorial.com

प्रमाण :

Δ ABC तथा Δ ABD में,

AC = AD [दिया है]

∠CAB = ∠BAD [AB ∠A समद्विभाजित करता है]

AB = AB [उभयनिष्ठ]

SAS सर्वांगसमता नियम से

Δ ABC ≅ Δ ABD

BC = BD [CPCT]

Q2. ABCD एक चतुर्भुज है जिसमें AD = BC है और ∠ DAB = ∠ CBA (see Fig.7.17) है | सिद्ध कीजिए कि :

(i) $\Delta ABD \cong \Delta BAC$

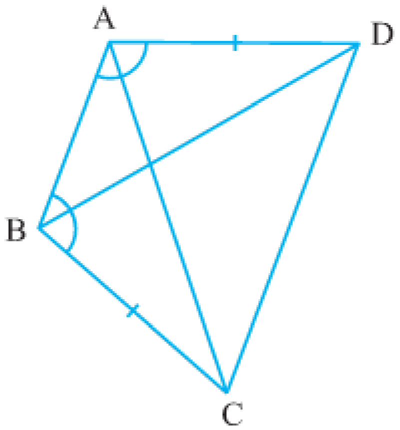
(ii) $BD = AC$

(iii) $\angle ABD = \angle BAC$

हल :

दिया है : ABCD एक चतुर्भुज है जिसमें $AD = BC$ और $\angle DAB = \angle CBA$ है |

सिद्ध करना है :



(i) $\Delta ABD \cong \Delta BAC$

(ii) $BD = AC$

(iii) $\angle ABD = \angle BAC$

Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com

प्रमाण :

(i) ΔABD तथा ΔBAC में,

$AD = BC$ [दिया है]

$\angle DAB = \angle CBA$ [दिया है]

$AB = AB$ [उभयनिष्ठ]

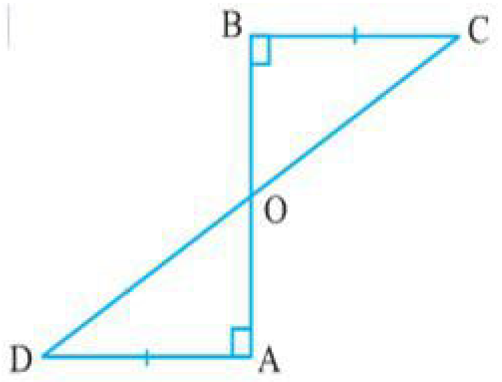
SAS सर्वांगसमता नियम से

$\Delta ABD \cong \Delta BAC$

(ii) $BD = AC$ **[By CPCT]**

(iii) $\angle ABD = \angle BAC$ **[By CPCT]**

Q3. एक रेखाखंड AB पर AD और BC दो बराबर लंब रेखाखंड हैं (देखिये आकृति 7.18) | दर्शाइए कि CD, AB रेखाखंड को समद्विभाजित करता है |



हल :

दिया है : AD ⊥ AB और BC ⊥ AB है और AD = BC है |

सिद्ध करना है :

AO = BO अर्थात CD, AB रेखाखंड को समद्विभाजित करता है |

प्रमाण :

ΔAOD तथा ΔBOC

∠AOD = ∠ BOC (शीर्षाभिमुख कोण)

∠DAO = ∠CBO (प्रत्येक 90º)

BC = AD (दिया है)

ASA सर्वांगसमता नियम से

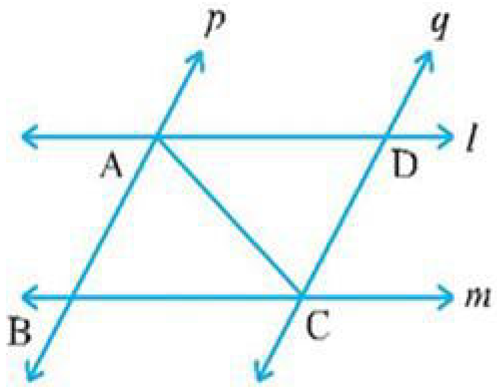
ΔAOD ≅ ΔBOC

∴ AO = BO (By CPCT)

अत: CD, AB रेखाखंड को समद्विभाजित करता है |

Q4. *l* और m दो समांतर रेखाएँ हैं जिन्हें समांतर रेखाओं p और q का एक अन्य युग्म प्रतिच्छेद करता है | दर्शाइए कि ΔABC ≅ ΔCDA है |

Durga Tutorial Baniapur
DurgaTutorial.com



हल :

दिया है : *l* || m और p || q है जो एक दुसरे को A, B, C तथा D पर प्रतिच्छेद करते हैं |

सिद्ध करना है : ΔABC ≅ ΔCDA

प्रमाण :

l || m .... (1) दिया है |

p || q ....(2) दिया है |

समी० (1) तथा (2) से

ABCD एक समांतर चतुर्भुज है |

अब, ΔABC तथा ΔCDA में,

BC = AD [समांतर चतुर्भुज की सम्मुख भुजा]

∠B = ∠D [समांतर चतुर्भुज की सम्मुख कोण]

AC = AC [दिया है]

SAS सर्वांगसमता नियम से

∴ ΔABC ≅ ΔCDA **Proved**

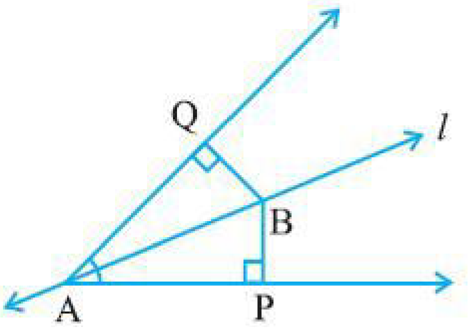
Q5. रेखा *l* कोण A को समद्विभाजित करती है और B रेखा *l* पर स्थित कोई बिंदु है | BP और BQ कोण A की भुजाओं पर B से डाले गए लम्ब हैं (देखिये आकृति 7.20) दर्शाइए कि :

(i) Δ APB ≅ Δ AQB

(ii) BP = BQ हैं, अर्थात बिंदु B कोण की भुजाओं से समदूरस्थ है

Durga Tutorial Baniapur DurgaTutorial.com

हल :



दिया है : ∠PAQ को रेखा *l* समद्विभाजित करती है और BP तथा BQ, AP तथा AQ पर क्रमश: लंब है |

सिद्ध करना है :

(i) Δ APB ≅ Δ AQB
(ii) BP = BQ

प्रमाण :

(i) Δ APB तथा Δ AQB में,

∠APB = ∠AQB (90 ° प्रत्येक)

∠PAB = ∠QAB (दिया है)

AB = AB (उभयनिष्ठ)

ASA सर्वांगसमता नियम से

Δ APB ≅ Δ AQB

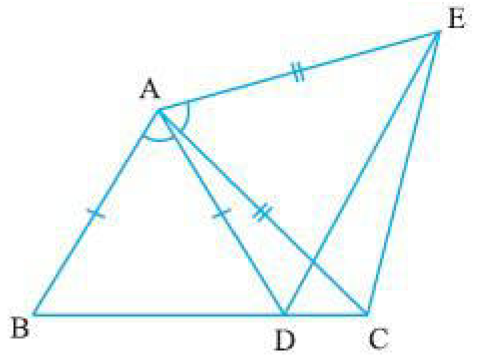
∴ (ii) BP = BQ (By CPCT)

Durga Tutorial Since 1996 Baniapur DurgaTutorial.com

Q6. आकृति 7.21 में, AC = AE, AB = AD और ∠ BAD = ∠ EAC है | दर्शाइए कि BC = DE है

हल :

दिया है : AC = AE, AB = AD और ∠ BAD = ∠ EAC है |



सिद्ध करना है : BC = DE

प्रमाण :

∠ BAD = ∠ EAC .... (1) दिया है

समी० के दोनों पक्षों में ∠ CAD जोड़ने पर

∠ BAD + ∠ CAD = ∠ EAC + ∠ CAD

या ∠ BAC = ∠ EAD .... (2)

Δ BAC तथा Δ DAE में

AC = AE (दिया है)

AB = AD (दिया है)

∠ BAC = ∠ EAD ....समी० (2) से

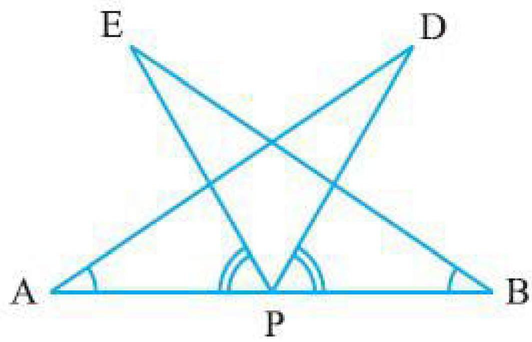
SAS सर्वांगसमता नियम से

Δ BAC ≅ Δ DAE

∴ BC = DE (By CPCT) **Proved**

Q7. AB एक रेखाखंड है और P इसका मध्य-बिंदु है | D और E रेखाखंड AB के एक ही ओर स्थित दो बिंदु इस प्रकार हैं कि ∠ BAD = ∠ ABE और ∠ EPA = ∠ DPB है | (देखिए आकृति 7.22) |

Durga Tutorial Baniapur DurgaTutorial.com



दर्शाइए कि :

(i) Δ DAP ≅ Δ EBP
(ii) AD = BE

दिया है : AB एक रेखाखंड है और P इसका मध्य-बिंदु है | ∠ BAD = ∠ ABE और ∠ EPA = ∠ DPB है |

सिद्ध करना है :

(i) Δ DAP ≅ Δ EBP
(ii) AD = BE

प्रमाण :

∠ EPA = ∠ DPB .....(1) दिया है |

समी० (1) के दोनों पक्षों में ∠ EPD जोड़ने पर

∠ EPA + ∠ EPD = ∠ DPB + ∠ EPD

या ∠ DPA = ∠ EPB .... (2)

(1) Δ DAP तथा Δ EBP में

AP = BP .... (दिया है)

∠ BAD = ∠ ABE ..(दिया है)

∠ DPA = ∠ EPB ....समी० (2) से

ASA सर्वांगसमता नियम से

Δ DAP ≅ Δ EBP

(ii) AD = BE **(BY CPCT)**

Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com

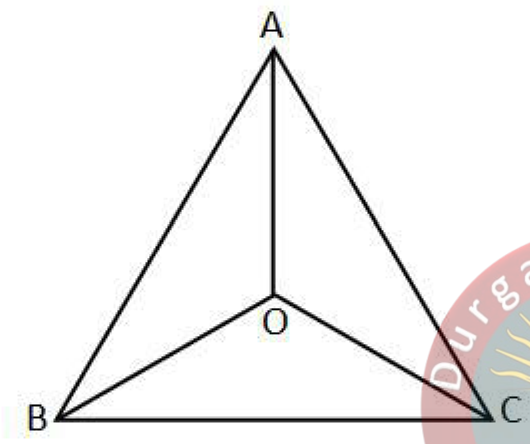
अध्याय 7. त्रिभुज

अभ्यास 7.2

Q1. एक समबाहु त्रिभुज ABC में जिसमें AB = AC है, ∠ B और ∠ C के समद्विभाजक परस्पर बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं | A और O को जोडिए | दर्शाइए कि :

(i) OB = OC

(ii) AO कोण ∠ A को समद्विभाजित करता है |



हल:

दिया है: समद्विबाहु त्रिभुज ABC में, जिसमें AB = AC, और ∠ B और ∠ C कोण समद्विभाजक O पर मिलते हैं |

DurgaTutorial.com

सिद्ध करना है :

(i) OB = OC

(ii) AO कोण ∠ A को समद्विभाजित करता है |

प्रमाण: ΔABC में हमें प्राप्त है:

AB = AC

∠ B = ∠ C [बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होते हैं |]

अथवा ½∠ B = ½∠C

इसलिए, ∠OBC = ∠OCB […1]

ΔABO and ΔACO में

AB = AC [दिया है]

∠OBC = ∠OCB [समी0 1 से]

AO = AO [उभयनिष्ठ]

SAS सर्वांगसमता नियम से

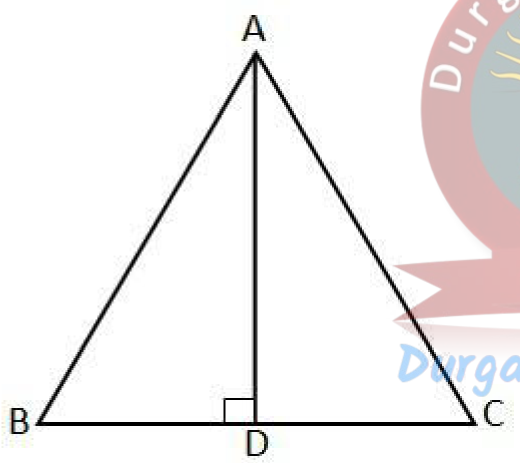
ΔABO ≅ ΔACO

OB = OC [By CPCT]

∠BAO = ∠CAO [By CPCT]

अत: AO कोण ∠A को समद्विभाजित करता है |

Q2. Δ ABC में, AD भुजा BC का लम्ब सम्द्विभाजक है (देखिये आकृति 7.30). दर्शाइए कि Δ ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है, जिसमें AB = AC है |.



हलः

दिया है : Δ ABC में, AD, BC का लंब सम्द्विभाजक है |.

सिद्ध करना है : Δ ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें AB = AC है.

प्रमाण: Δ ABD तथा Δ ACD में,

DB = DC [चूँकि D BC को समद्विभाजित करता है]

∠ BDA = ∠CDA [90 ° प्रत्येक].

AD = AD [उभयनिष्ठ']

SAS सर्वांगसमता नियम से

Δ ABD ≅ Δ ACD

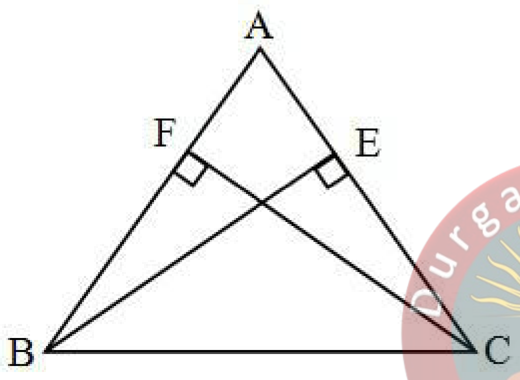
AB =AC [by CPCT]

अत:, Δ ABC समद्विबाहु त्रिभुज है

Q3. ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है, जिसमें बराबर भुजाओं BE और CF पर क्रमशः शीर्षलम्ब AC और AB खींचे गए हैं (देखिए आकृति 7.31)। दर्शाइए कि ये शीर्षलम्ब बराबर हैं।

हल :

दिया है : ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें BE ⊥ AC और CF ⊥ AB जहाँ AB = AC है |



सिद्ध करना है : BE = CF.

प्रमाण : यहाँ, BE ⊥ AC और CF ⊥ AB (दिया है)

DurgaTutorial.com

ΔABE और Δ ACF में

∠ AEB = ∠ AFC (90 ° प्रत्येक)

∠ A = ∠ A (उभयनिष्ठ)

AB = AC (दिया है)

ASA सर्वांगसमता कसौटी नियम से

ΔABE ≅ Δ ACF

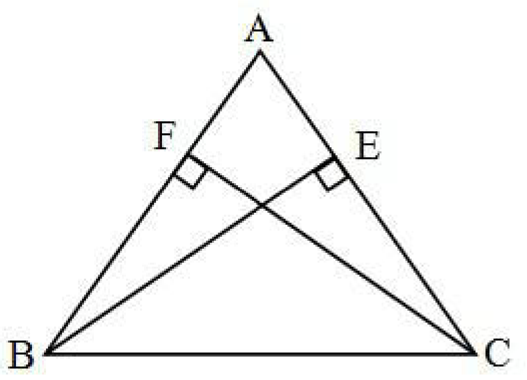
∴ BE = CF [By CPCT]

Proved

Q4. ABC एक त्रिभुज है जिसमें AC और AB पर खींचे गए शीर्षलंब BE और CF बराबर हैं (देखिए आकृति. 7.32). दर्शाइए कि

(i) Δ ABE ≅ Δ ACF

(ii) AB = AC, अर्थात, ΔABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है |



हल :

दिया है : ABC एक त्रिभुज है जिसमें

BE ⊥ AC और CF ⊥ AB है और BE = CF है |

सिद्ध करना है :

(i) Δ ABE ≅ Δ ACF

(ii) AB = AC,अर्थात, ΔABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है |

Durga Tutorial Since 1996 Bahlapur DurgaTutorial.com

प्रमाण :

(i) Δ ABE तथा Δ ACF में

BE = CF (दिया है)

∠ AEB = ∠ AFC (90 ° प्रत्येक)

∠ A = ∠ A (उभयनिष्ठ)

ASA सर्वांगसमता नियम के उपयोग से

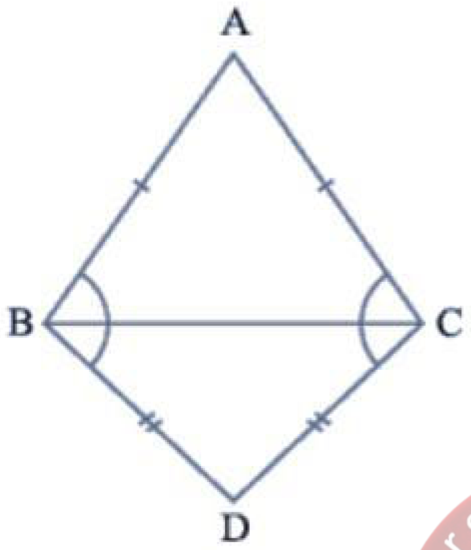
Δ ABE ≅ Δ ACF सत्यापित -I

(ii) AB = AC [**By CPCT**]

इसलिए, ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है |

Q5. ABC और DBC सामान आधार BC पर स्थित दो समद्विबाहु त्रिभुज हैं (देखिए आकृति 7.33). दर्शाइए कि ∠ ABD = ∠ ACD है |

हल :



दिया है : ABC और DBC सामान आधार BC पर बने दो समद्विबाहु त्रिभुज हैं |

सिद्ध करना है : ∠ ABD = ∠ ACD

प्रमाण: ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है |

AB = AC (दिया है)

∴ ∠ ABC = ∠ ACB .... (1)

(बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होते हैं)

इसीप्रकार,

BCD भी एक समद्विबाहु त्रिभुज है |

BD = CD (दिया है)

∴ ∠ DBC = ∠ DCB .... (2)

(बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होते हैं)

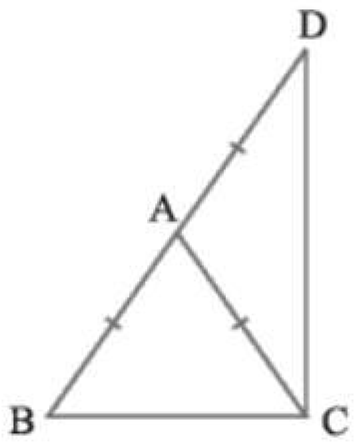
समीकरण (1) तथा (2) को जोड़ने पर

∠ ABC + ∠ DBC = ∠ ACB + ∠ DCB

Or, ∠ ABD = ∠ ACD **Proved**

Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com

Q6. ΔABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें AB = AC है | भुजा BA बिंदु D तक इस प्रकार बढाया गया है कि AD = AB है (देखिए आकृति. 7.34) | दर्शाइए कि ∠ BCD एक समकोण है |



हल :

दिया है : ΔABC समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें AB = AC है |

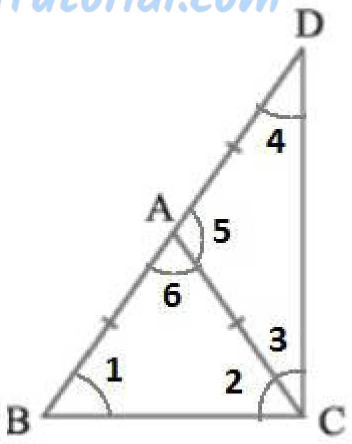
भुजा BA को बिंदु D तक बढाई गयी है जिससे AD = AB है |

सिद्ध करना है : ∠ BCD = 90 °

प्रमाण:

AB = AC .... (1) (दिया है)

Durga Tutorial Since 1996 Baniapur
DurgaTutorial.com



और AB = AD .... (2) (दिया है)

समीकरण (1) तथा (2) से हमें प्राप्त होता है |

AC = AD ....(3)

∴ ∠3 = ∠4 .... (4) (बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण ..)

अब, AB = AC   समी० (1) से

∴ $\angle 1 = \angle 2$ .... (5) (बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण ..)

ΔABC में

बहिष्कोण $\angle 5 = \angle 1 + \angle 2$ (बहिष्कोण अत:अभिमुख कोणों के योग के बराबर होता है)

अथवा, $\angle 5 = \angle 2 + \angle 2$ समी० (5) से

अथवाr, $\angle 5 = 2\angle 2$ .... (6)

इसीप्रकार,

बहिष्कोण $\angle 6 = \angle 3 + \angle 4$

अथवा, $\angle 6 = 2\angle 3$ समी० (7) से

समीकरण (6) तथा (7) को जोड़ने पर

$\angle 5 + \angle 6 = 2\angle 2 + 2\angle 3$

$\angle 5 + \angle 6 = 2(\angle 2 + \angle 3)$

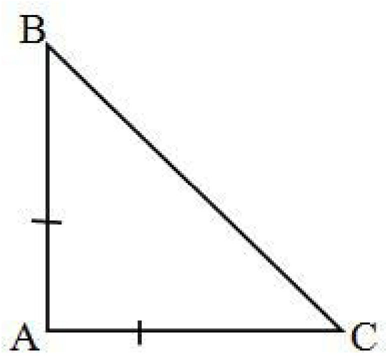
अथवा, $180° = 2(\angle 2 + \angle 3)$ [$\because \angle BAC + \angle DAC = 180°$]

अथवा, $\angle 2 + \angle 3 = 180° / 2$

अथवा, $\angle BCD = 90°$ **Proved**

Q7. ABC एक समकोण त्रिभुज है जिसमें ∠ A = 90° और AB = AC. तो ∠ B और ∠ C ज्ञात कीजिए |

हल :



दिया है : ABC एक समकोण त्रिभुज है जिसमें

∠ A = 90° और AB = AC है |

Durga Tutorial Baniapur DurgaTutorial.com

ज्ञात करना है : $\angle B$ and $\angle C$

$AB = AC$ (दिया है)

$\therefore \angle B = \angle C$ ....(1)

(बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण)

त्रिभुज ABC में,

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (त्रिभुज के तीनों कोणों का योग)

$90^\circ + \angle B + \angle B = 180^\circ$ समीकरण (1) के प्रयोग से

$2\angle B = 180^\circ - 90^\circ$

$2\angle B = 90^\circ$

$\angle B = 90^\circ/2$

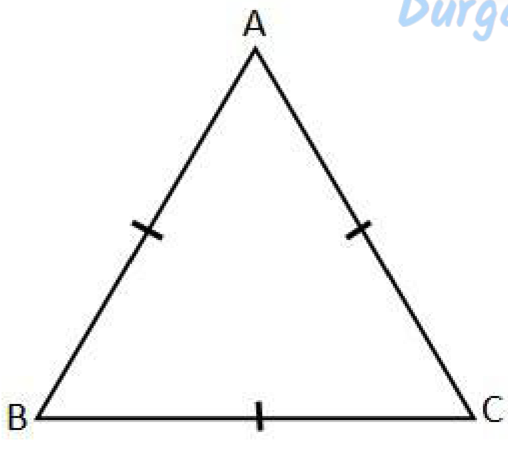
$\angle B = 45^\circ$

$\therefore \angle B = 45^\circ$ and $\angle C = 45^\circ$

Q8. दर्शाइए कि समबाहु त्रिभुज का प्रत्येक कोण 60° का होता है |

हल :

Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com



दिया है : ABC एक समबाहु त्रिभुज है जिसमें

$AB = BC = AC$

सिद्ध करना है :

$\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$

प्रमाण :

AB = AC (दिया है)

∠B = ∠C .... (1) [बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण]

AB = BC (दिया है)

∠A = ∠C .... (2) [बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण]

AC = BC (दिया है)

∠A = ∠B .... (3) [बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण]

समीकरण (1), (2) और (3) से हमें प्राप्त होता है |

∠A = ∠B = ∠C .... (4)

त्रिभुज ABC में

∠A + ∠B + ∠C = 180°

∠A + ∠A + ∠A = 180°

3 ∠A = 180°

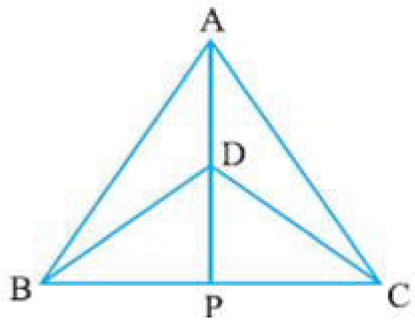
∠A = 180°/3

∠A = 60°

∴ ∠A = ∠B = ∠C = 60°

प्रश्नावली 7.3

Q1. ΔABC और ΔDBC एक ही आधार BC पर बने दो समबाहु त्रिभुज इस प्रकार हैं कि A और D भुजा BC के एक ही ओर स्थित हैं (देखिए आकृति 7.39) | यदि AD बढ़ाने पर BC को P पर प्रतिच्छेद करे, तो दर्शाइए कि



(i) ΔABD ≅ ΔACD

(ii) ΔABP ≅ ΔACP

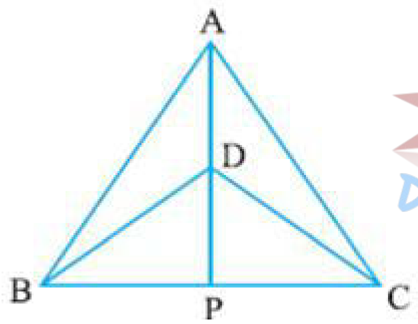
(iii) AP कोण A और कोण D दोनों को समद्विभाजित करता है |

(iv) AP रेखाखंड BC का लम्ब समद्विभाजक है |

हल :

दिया है : ΔABC और ΔDBC दो समबाहु त्रिभुज हैं और AD को बढ़ाने पर BC को P पर प्रतिच्छेद करता है |

Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com



सिद्ध करना है :

(i) ΔABD ≅ ΔACD

(ii) ΔABP ≅ ΔACP

(iii) AP कोण A और कोण D दोनों को समद्विभाजित करता है |

(iv) AP रेखाखंड BC का लम्ब समद्विभाजक है |

प्रमाण : ABC आधार BC पर बना समद्विबाहु त्रिभुज है |

इसलिए, AB = AC .... (i)

इसी प्रकार, DBC भी एक समद्विबाहु त्रिभुज है |

इसलिए, BD = CD .... (ii)

(I) ΔABD और Δ ACD में

AB = AC ... (i) से

BD = CD ... (ii) से

AD = AD (उभयनिष्ठ)

SSS सर्वांगसमता नियम से

ΔABD $\cong$ Δ ACD Proved (I)

$\therefore$ $\angle$BAD = $\angle$CAD (iii) BY (CPCT)

(II) अब, ΔABP और Δ ACP में

AB = AC ... (i) से

$\angle$BAD = $\angle$CAD समी० (iii) से

Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com

AP = AP (उभयनिष्ठ)

SAS सर्वांगसमता नियम से

ΔABP $\cong$ Δ ACP Proved (ii)

(III) अब, ΔBDP और Δ CDP में

BD = CD (ii) से

$\angle DBP = \angle DCP$ बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण

$DP = DP$ (उभयनिष्ठ)

SAS सर्वांगसमता नियम से

$\Delta BDP \cong \Delta\ CDP$

$\therefore\ \angle BDP = \angle CDP$ (iv) BY (CPCT)

और $\angle DPB = \angle DPC$ (v) BY (CPCT)

और $BP = CP$ (vi) BY (CPCT)

समीकरण (iii) और (iv) से स्पष्ट है कि AP कोण A और कोण D दोनों को समद्विभाजित करता है |
Proved (III)

(IV) $\angle DPB + \angle DPC = 180°$ ..... रैखिक युग्म

या $\angle DPB + \angle DPB = 180°$ समी० (v) से

या $2\angle DPB = 180°$

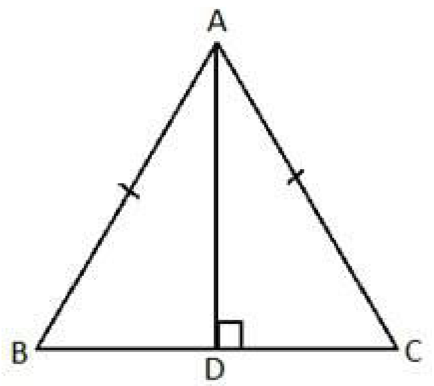
या $\angle DPB = \dfrac{180°}{2}$

या $\angle DPB = 90°$

चूँकि $\angle DPB = 90°$ हैं और $BP = CP$ समी० (vi) से यह सिद्ध होता है कि AP रेखाखंड BC का लम्ब समद्विभाजक है | **Proved (IV)**

Q2. AD एक समद्विबाहु त्रिभुज ABC का एक शीर्षलम्ब है, जिसमें AB = AC है। दर्शाइए कि

DurgaTutorial.com



(i) AD रेखाखंड BC को समद्विभाजित करता है।

(ii) AD कोण A को समद्विभाजित करता है।

हल :

दिया है : AD एक समद्विबाहु त्रिभुज ABC का एक शीर्षलम्ब है, जिसमें AB = AC है।

सिद्ध करना है :

(i) AD रेखाखंड BC को समद्विभाजित करता है।

(ii) AD कोण A को समद्विभाजित करता है।

प्रमाण :

ΔABD और Δ ACD में

AB = AC (कर्ण) दिया है

AD = AD (उभयनिष्ठ भुजा)

$\angle$ADB = $\angle$ADC (प्रत्येक कोण 90°)

RHS सर्वांगसमता नियम से

$\therefore$ $\Delta BDP \cong \Delta CDP$

अत: BD = CD .... (i) By CPCT

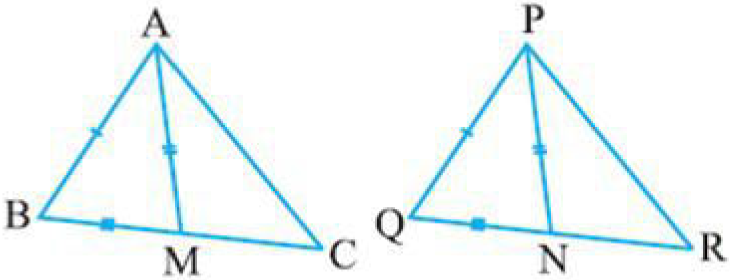
और $\angle$BAD = $\angle$CAD .... (ii) By CPCT

Durga Tutorial Baniapur DurgaTutorial.com

समीकरण (i) से सिद्ध होता है कि AD रेखाखंड BC को समद्विभाजित करता है।

और समीकरण (ii) से यह सिद्ध होता है कि AD कोण A को समद्विभाजित करता है।

Q3. एक त्रिभुज ABC की दो भुजाएँ AB और BC तथा माध्यिका AM क्रमशः एक दूसरे त्रिभुज की भुजाओं PQ और QR तथा माध्यिका PN के बराबर हैं (देखिए आकृति 7.40)। दर्शाइए कि



(i) $\Delta ABM \cong \Delta PQN$

(ii) $\Delta ABC \cong \Delta PQR$

हल :

दिया है : त्रिभुज ABC की दो भुजाएँ AB और BC तथा माध्यिका AM क्रमशः एक दूसरे त्रिभुज की भुजाओं PQ और QR तथा माध्यिका PN के बराबर हैं |

Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com

सिद्ध करना है :

(i) $\Delta ABM \cong \Delta PQN$

(ii) $\Delta ABC \cong \Delta PQR$

प्रमाण :

(i) ΔABM और ΔPQN में

$AB = PQ$ (दिया है)

$BM = QN$ (दिया है)

$AM = PN$ (दिया है)

SSS सर्वांगसमता नियम से

$\Delta ABM \cong \Delta PQN$ **Proved**

$\angle B = \angle Q$ .... (i) By CPCT

Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com

(ii) BM = QN दिया है

या $\frac{1}{2}$ BC = $\frac{1}{2}$ QR (चूँकि AM और PN माध्यिका है इसलिए माध्यिका सम्मुख भुजा को समद्विभाजित करती है)

या BC = QR .... (ii)

ΔABC और ΔPQR में

AB = PQ (दिया है)

∠B = ∠Q समीकरण (i) से

BC = QR समीकरण (ii) से

SAS सर्वांगसमता नियम से

ΔABC ≅ Δ PQR **Proved**

Q4. BE और CF एक त्रिभुज ABC के दो बराबर शीर्षलंब हैं | RHS सर्वागसमता नियम का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए कि DABC एक समद्विबाहु त्रिभुज हैं |

हल :

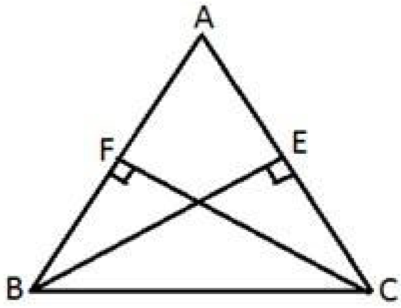
दिया है : त्रिभुज ABC में दो बराबर शीर्षलंब BE और CF हैं |

अत: BE = CF है, BE ⊥ AC और CF ⊥ AB है |

Durga Tutorial Baniapur DurgaTutorial.com

सिद्ध करना है :

AB = AC



प्रमाण : ΔBCF और ΔCBE में

CF = BE (भुजा दिया है)

BC = BC (उभयनिष्ठ कर्ण)

∠BFC = ∠CEB (प्रत्येक 90°)

RHS सर्वांगसमता नियम से

ΔBCF ≅ ΔCBE

अत: ∠B = ∠C BY CPCT

इसलिए, AB = AC (बराबर कोणों के सम्मुख भुजा बराबर होते हैं)

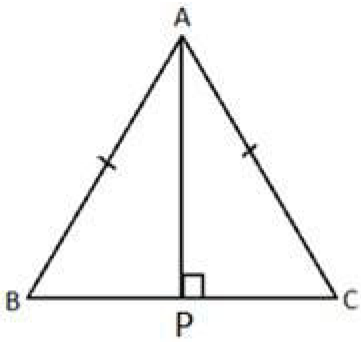
Q5. ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें AB = AC है | AP ⊥ BC खींच कर दर्शाइए कि ∠B = ∠C है |

हल :

दिया है : ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें AB = AC है | जिसमें AP ⊥ BC हैं |

Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com

सिद्ध करना है :



∠B = ∠C

प्रमाण : ΔABP और ΔACP में

AB = AC (कर्ण दिया है)

AP = AP (उभयनिष्ठ भुजा)

∠APB = ∠APC (प्रत्येक 90°)

RHS सर्वांगसमता नियम से

ΔABP ≅ ΔACP

अत: ∠B = ∠C BY CPCT

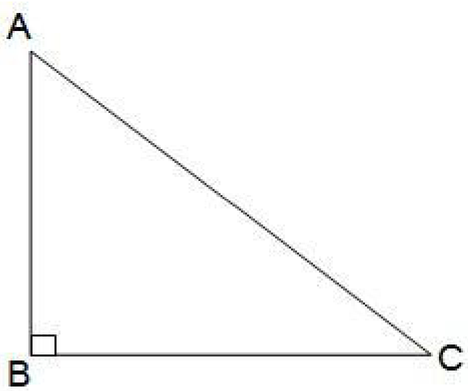
Durga Tutorial
Baniapur

प्रश्नावली 7.4

Q1. दर्शाइए कि समकोण त्रिभुज में कर्ण सबसे लंबी भुजा होती है |

durgatutorial.com

हल :



दिया है : ABC एक समकोण त्रिभुज है जिसका

कोण B समकोण है और AC कर्ण है |

सिद्ध करना है :

(i) AC > AB
(ii) AC > BC
} अर्थात AC सबसे लंबी भुजा है |

प्रमाण : Δ ABC का ∠B समकोण है |

अत: ∠A और ∠C न्यूनकोण है |

इसलिए, ∠B > ∠C [क्योंकि B समकोण है और C न्यूनकोण है]

∴ AC > AB (i) (बड़े कोण की सम्मुख भुजा बड़ी होती है)

पुन: ∠B समकोण है और ∠A न्यूनकोण है |

इसलिए, ∠B > ∠A [क्योंकि B समकोण है और C न्यूनकोण है]

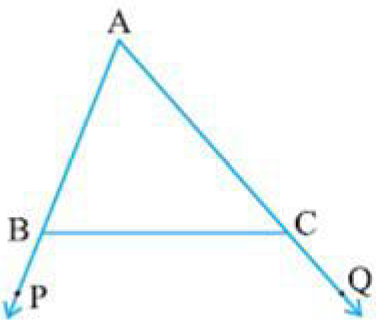
∴ AC > BC (ii) (बड़े कोण की सम्मुख भुजा बड़ी होती है)

समी॰ (i) तथा (ii) से कर्ण AC सबसे बड़ी भुजा है |

Proved

Q2. आकृति 7.48 में, ΔABC की भुजाओं AB और AC को क्रमश: बिन्दुओं P तथा Q तक बढाया गया है | साथ ही, ∠PBC < ∠QCB है | दर्शाइए कि AC > AB है |

हल :



दिया है : ΔABC की भुजाओं AB और AC को क्रमश: बिन्दुओं P तथा Q तक बढाया गया है जिसमें, ∠PBC < ∠QCB है |

सिद्ध करना है : AC > AB

प्रमाण : AB और AC को क्रमश: बिन्दुओं P तथा Q तक बढाया गया है,

इसलिए, $\angle ABC + \angle PBC = 180°$ ...... (1) रैखिक युग्म

और $\angle ACB + \angle QCB = 180°$ ...... (2) रैखिक युग्म

समीकरण (1) तथा (2) से

$\angle ABC + \angle PBC = \angle ACB + \angle QCB$ (चूँकि दोनों समी० का मान समान है)

जबकि $\angle PBC < \angle QCB$ (दिया है)

अत: स्पष्ट है कि

$\angle ABC > \angle ACB$ **Proved**

ATP Help:

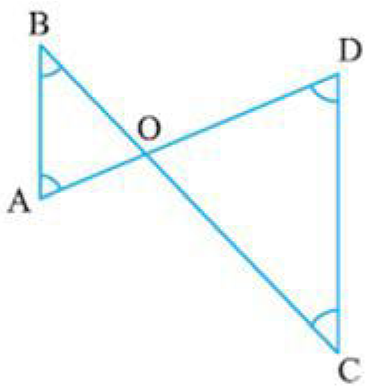
A + b = a + B माना

चूँकि A > a इसलिए b < B

Q3. आकृति 7.49 में, $\angle B < \angle A$ और $\angle C < \angle D$ है |

दर्शाइए कि AD < BC है |

हल :



Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com

दिया है : Δ AOB और Δ COD में $\angle B < \angle A$ और $\angle C < \angle D$ है |

सिद्ध करना है : AD < BC

प्रमाण : Δ AOB में,

$\angle B < \angle A$ (दिया है)

$\therefore$ AO < BO .... (1) (बड़े कोण की सम्मुख भुजा बड़ी होती है)

अब, Δ COD में,

$\angle C < \angle D$ (दिया है)

∴ DO < CO .... (2) (बड़े कोण की सम्मुख भुजा बड़ी होती है)

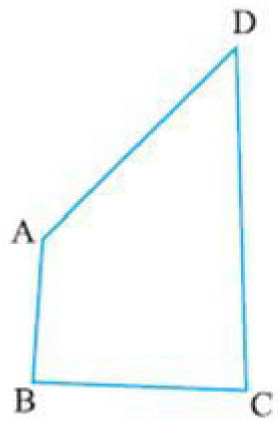
समीकरण (1) तथा (2) को जोड़ने पर

AO + DO < BO + CO

या AD < BC **Proved**

Q4. AB और CD क्रमशः एक चतुर्भुज ABCD की सबसे छोटी और सबसे बड़ी भुजा हैं (देखिये आकृति 7.50) | दर्शाइए कि $\angle A > \angle C$ और $\angle B > \angle D$ है |

हल :



DurgaTutorial.com

दिया है : AB और CD क्रमशः एक चतुर्भुज ABCD की

सबसे छोटी और सबसे बड़ी भुजा हैं |

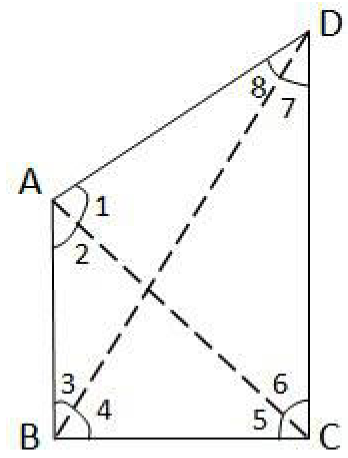
सिद्ध करना है :

(i) $\angle A > \angle C$

(ii) $\angle B > \angle D$

रचना : A को C से और B को D से मिलाया |

प्रमाण : (i) ΔABC में,



AB सबसे छोटी भुजा है, (दिया है)

अत:, BC > AB

$\therefore$ $\angle 2 > \angle 5$ ...... (1) (बड़े भुजा की सम्मुख कोण बड़ी होती है)

अब, ΔACD में,

CD सबसे बड़ी भुजा है, (दिया है)

अत:, CD > AD

$\therefore$ $\angle 1 > \angle 6$ ...... (2) (बड़े भुजा की सम्मुख कोण बड़ी होती है)

समी० (1) तथा (2) को जोड़ने पर

$\angle 1 + \angle 2 > \angle 5 + \angle 6$

या $\angle A > \angle C$ **Proved,**

(ii) इसी प्रकार ΔABD में,

AD > AB (क्योंकि AB सबसे छोटी भुजा है)

$\therefore \angle 3 > \angle 8$ ...... (3)

और ΔBCD में,

CD > BC (क्योंकि CD सबसे बड़ी भुजा है)

$\therefore \angle 4 > \angle 7$ ...... (4)

समी० (3) तथा (4) को जोड़ने पर

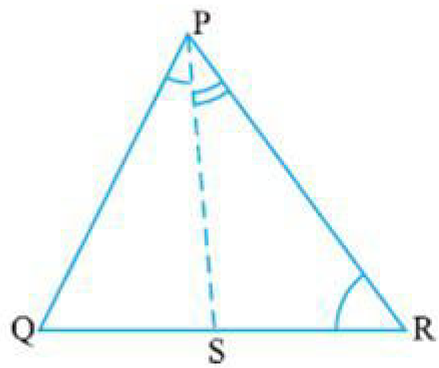
Durga Tutorial
Since 1996
Baniapur
DurgaTutorial.com

$\angle 3 + \angle 4 > \angle 7 + \angle 8$

या $\angle B > \angle D$ **Proved,**

Q5. आकृति 7.51 में PR > PQ है और PS कोण QPR समद्विभाजित करता है | सिद्ध कीजिए कि $\angle PSR > \angle PSQ$ है |

हल :



दिया है : PR > PQ और PS कोण QPR समद्विभाजित करता है |

सिद्ध करना है : $\angle PSR > \angle PSQ$

प्रमाण : PS कोण QPR समद्विभाजित करता है | (दिया है)

$\therefore \angle QPS = \angle RPS$ …… (1)

और, PR > PQ (दिया है)

$\therefore \angle PQS > \angle PRS$ …….(2)

ΔPQS में,

$\angle QPS + \angle PQS + \angle PSQ = 180°$ ….. (3) (Δ के तीनों कोणों का योग)

इसीप्रकार, ΔPRS में,

$\angle PRS + \angle RPS + \angle PSR = 180°$ ….. (4) (Δ के तीनों कोणों का योग)

समीकरण (3) और (4) से हम पाते है कि ..

$\angle QPS + \angle PQS + \angle PSQ = \angle PRS + \angle RPS + \angle PSR$

या $\cancel{\angle QPS} + \angle PQS + \angle PSQ = \angle PRS + \cancel{\angle QPS} + \angle PSR$ समी० (1) से

या $\angle PQS + \angle PSQ = \angle PRS + \angle PSR$

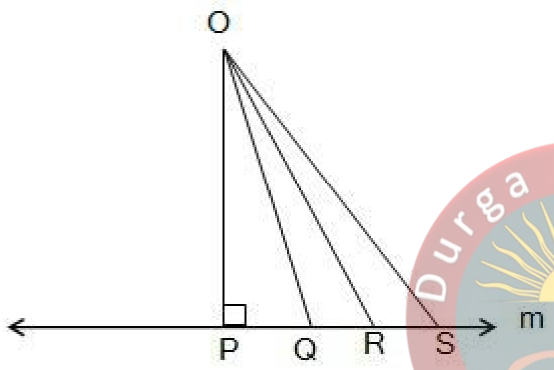
Durga Tutorial Baniapur DurgaTutorial.com

जबकि $\angle PQS > \angle PRS$ समी० (2) से

अत: स्पष्ट है कि $\angle PSQ < \angle PSR$ **Proved**

> **ATP Help:**
>
> A + b = a + B माना
>
> चूँकि A > a इसलिए b < B

Q6. दर्शाइए कि एक रेखा पर एक दिए हुए बिंदु से, जो उस रेखा पर स्थित नहीं है, जितने रेखाखंड खींचे जा सकते हैं उनमें लम्ब रेखाखंड सबसे छोटा होता है।



Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com

हल :

दिया है : m एक रेखा है और O एक बिंदु है

जो m पर स्थित नहीं है | $OP \perp m$

सिद्ध करना है : $OP < OQ < OR < OS$

प्रमाण : $OP \perp m$ दिया है |

$\therefore \angle OPQ = 90°$ और $\angle OQP, \angle ORP, \angle OSP$ न्यूनकोण हैं |

अत: $\angle OQP < \angle OPQ$

$\therefore$ $OP < OQ$ ..... (1) (बड़े कोण की सम्मुख भुजा बड़ी होती है)

इसीप्रकार, $\angle ORP < \angle OPQ$

$\therefore$ $OP < OR$ ..... (2) (बड़े कोण की सम्मुख भुजा बड़ी होती है)

समी० (1) तथा (2) से

$OP < OQ < OR$

OP जो लंब है सबसे छोटी भुजा है |

Durga Tutorial
Baniapur
DurgaTutorial.com

गणित

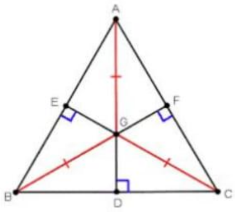
(अध्याय – 7)(त्रिभुज)

(कक्षा – 9)

प्रश्नावली 7.5 (ऐच्छिक)*

प्रश्न 1:

ABC एक त्रिभुज है। इसके अभ्यंतर में एक ऐसा बिंदु ज्ञात कीजिए जो ΔABC के तीनों शीर्षों से समदूरस्थ है।

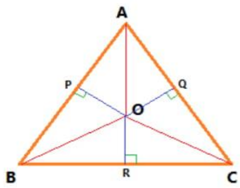


उत्तर 1:

भुजा AB, BC और AC के लंबसमद्विभाजक खींचे जो एक दूसरे को बिंदु G पर काटते हैं। बिंदु G, ΔABC के तीनों शीर्षों से समदूरस्थ है।

प्रश्न 2:

किसी त्रिभुज के अभ्यंतर में एक ऐसा बिंदु ज्ञात कीजिए जो त्रिभुज की सभी भुजाओं से समदूरस्थ है।

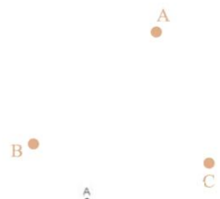


उत्तर 2:

$\angle A$, $\angle B$ और $\angle C$ के समद्विभाजक खींचे जो एक दूसरे को बिंदु O पर काटते हैं। बिंदु O, ΔABC की तीनों भुजाओं से समदूरस्थ है। अर्थात $OP = OQ = OR$ है।

प्रश्न 3:

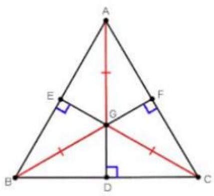
एक बड़े पार्क में, लोग तीन बिंदुओं (स्थानों) पर केन्द्रित हैं (देखिए आकृति):



A: जहाँ बच्चों के लिए फिसल पट्टी और झूले हैं।
B: जिसके पास मानव-निर्मित एक झील है।
C: जो एक बड़े पार्किंग स्थल और बाहर निकलने के रास्ते के निकट है।

एक आइसक्रीम का स्टॉल कहाँ लगाना चाहिए ताकि वहाँ लोगों की अधिकतम संख्या पहुँच सके? (संकेत: स्टॉल को A, B और C से समदूरस्थ होना चाहिए।)

उत्तर 3:

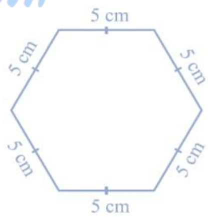


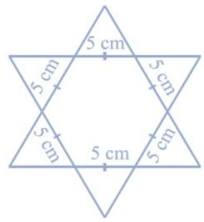
बिंदुओं A को B से, B को C से तथा C को A से मिलाया।

भुजा AB, BC और AC के लंबसमद्विभाजक खींचे जो एक दूसरे को बिंदु G पर काटते हैं। बिंदु G, ΔABC के तीनों बिंदुओं से समदूरस्थ है। अतः, आइसक्रीम का स्टॉल बिंदु G पर लगाना चाहिए ताकि वहाँ लोगों की अधिकतम संख्या पहुँच सके।

DurgaTutorial.com

प्रश्न 4:

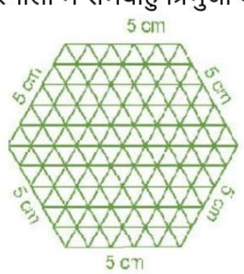


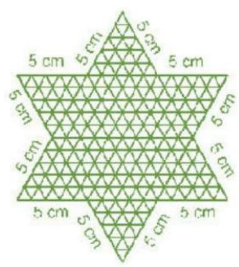


षडभुजीय और तारे के आकार की रंगोलियों [देखिए आकृति] को 1 cm भुजा वाले समबाहु त्रिभुजों से भर कर पूरा कीजिए। प्रत्येक स्थिति में, त्रिभुजों की संख्या गिनिए। किसमें अधिक त्रिभुज हैं?

उत्तर 4:

षडभुजीय के आकार की रंगोली में समबाहु त्रिभुजों की संख्या = 150





तारे के आकार की रंगोली में समबाहु त्रिभुजों की संख्या = 298

तारे के आकार की रंगोली में समबाहु त्रिभुजों की संख्या अधिक है।